

## Дробно-рациональные уравнения

**Чтобы решить дробно-рациональное уравнение, надо:**

- 1) Разложить все знаменатели дробей, входящих в уравнение, на множители
- 2) Найти общий знаменатель этих дробей
- 3) Умножить все слагаемые данного уравнения на общий знаменатель
- 4) Решить получившееся целое уравнение
- 5) Из найденных корней исключить те, которые обращают в нуль общий знаменатель данного уравнения.

**Пример 1. Решить дробное уравнение:  $1/x + 2 = 5$ .**

Как решаем:

1. Вспомним правило  $x \neq 0$ . Это значит, что область допустимых значений:  $x$  — любое число, кроме нуля.
2. Отсчитываем справа налево в числителе дробной части три знака и ставим запятую.
3. Избавимся от знаменателя. Умножим каждый член уравнения на  $x$ .

$$1 + 2x = 5x$$

4. Решим обычное уравнение.

$$5x - 2x = 1$$

$$3x = 1$$

$$x = 1/3$$

Ответ:  $x = 1/3$ .

**Пример 2. Найти корень уравнения  $\frac{2}{x+2} = \frac{1}{2}$**

Как решаем:

1. Область допустимых значений:  $x \neq -2$ .
2. Умножим обе части уравнения на выражение, которое сократит оба знаменателя:  $2(x+2)$
3. Избавимся от знаменателя. Умножим каждый член уравнения на  $x$ .

$$\frac{2}{x+2} \cdot 2(x+2) = \frac{1}{2} \cdot 2(x+2)$$

4. Переведем новый множитель в числитель..

$$\frac{2 \cdot 2(x+2)}{(x+2)} = \frac{2(x+2)}{2}$$

5. Сократим левую часть на  $(x+2)$ , а правую на 2.

$$4 = x + 2$$

$$x = 4 - 2 = 2$$

Ответ:  $x = 2$ .

**Пример 3. Решить дробное уравнение:**  $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3} + \frac{36}{x^2-9}$

Как решаем:

1. Найти общий знаменатель:

$$3(x-3)(x+3)$$

2. Умножим обе части уравнения на общий знаменатель. Сократим. Получилось:

$$3(x+3)(x+3) + 3(x-3)(x-3) = 10(x-3)(x+3) + 3 \cdot 36$$

3. Выполним возможные преобразования. Получилось квадратное уравнение:

$$x^2 - 9 = 0$$

4. Решим полученное квадратное уравнение:

$$x^2 = 9$$

5. Получили два возможных корня:

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

$$x = 4 - 2 = 2$$

6. Если  $x = -3$ , то знаменатель равен нулю:

$$3(x-3)(x+3) = 0$$

Если  $x = 3$  — знаменатель тоже равен нулю

7. Вывод: числа  $-3$  и  $3$  не являются корнями уравнения, значит у данного уравнения нет решения.

Ответ: нет решения.