

Задание 10 . Многоугольники.

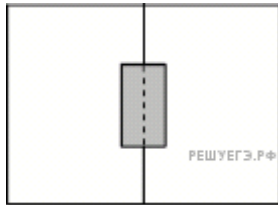
1. Задание 10

Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Решение. Длина забора — сумма длин двух коротких сторон и одной длинной стороны: $400 + 400 + 900 = 1700$.

Ответ: 1700.

2. Задание 10

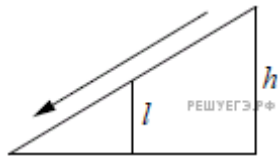


Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 35 м на 40 м с общей границей, договорились и сделали общий прямоугольный пруд размером 20 м на 14 м (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?

Решение. Площадь каждого из участков равна $35 \cdot 40 = 1400$ кв. м, а площадь пруда равна $20 \cdot 14 = 280$ кв. м. На каждом участке находится половина пруда, занимая 140 кв. м. Поэтому площадь оставшейся части каждого из участков равна $1400 - 140 = 1260$ кв. м.

Ответ: 1260.

3. Задание 10

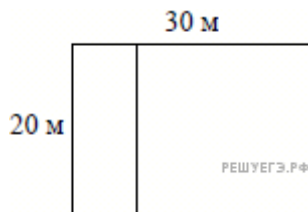


Детская горка укреплена вертикальным столбом, расположенным посередине спуска. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 3 метрам. Ответ дайте в метрах.

Решение. Конструкция представляет собой треугольник, в котором столб является средней линией. Длина средней линии треугольника равна половине длины стороны, которой она параллельна. Поэтому $l = h/2 = 1,5$ м.

Ответ: 1,5.

4. Задание 10



Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 20 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.

Решение. Длина забора равна сумме периметра и ширины. Найдём периметр участка $30 + 30 + 20 + 20 = 100$ м.

Длина забора $100 + 20 = 120$ м.

Ответ: 120.

5. Задание 10



Колесо имеет 5 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

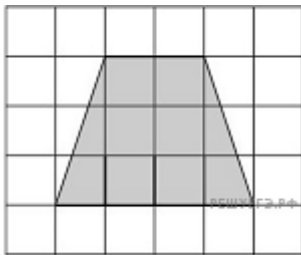
Решение. Спицы делят колесо на пять равных секторов, а значит, делят полный угол 360° на 5 равных углов по 72° каждый.

Примечание.

В действительности, спицы не всегда делят колесо на равновеликие сектора.

Ответ: 72.

6. Задание 10



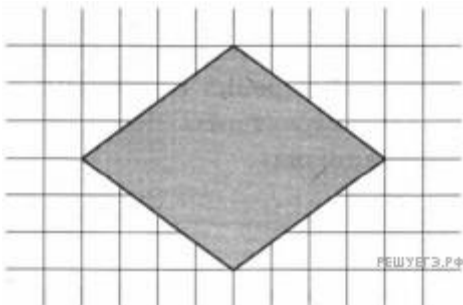
План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $10\text{ м} \times 10\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в м^2 .

Решение. Участок имеет форму трапеции, её площадь равна

$$S = \frac{a+b}{2}h = \frac{40+20}{2} \cdot 30 = 900.$$

Ответ: 900.

7. Задание 10



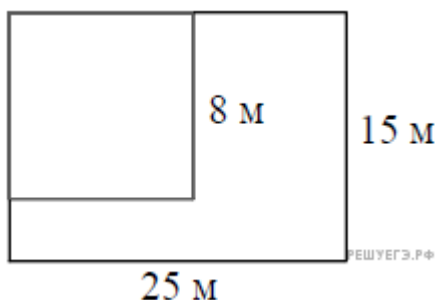
План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $10\text{ м} \times 10\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в м^2 .

Решение. Участок, изображенный на плане, представляет собой ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Таким образом, площадь участка равна

$$\frac{80 \cdot 60}{2} = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ м}^2.$$

Ответ: 2400.

8. Задание 10



Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 15 метров. Хозяин планирует обнести его изгородью и отгородить такой же изгородью квадратный участок со стороной 8 м (см. рис.). Найдите суммарную длину изгороди в метрах.

Решение. Длина забора равна сумме периметров двух заборов. Найдем периметр участка $25 + 25 + 15 + 15 = 80$ м.

Длина забора $80 + 16 = 96$ м.

Ответ: 96.

9. Задание 10

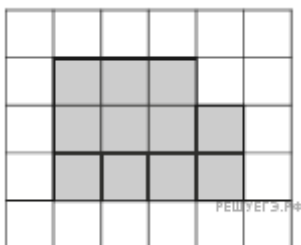


Какой наименьший угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 16:00 ?

Решение. Угол между двумя часовыми делениями на циферблате равен $360^\circ/12 = 30^\circ$. В четыре часа дня между минутной и часовой стрелкой четыре часовых деления, значит, угол (наименьший) между ними равен $30^\circ \cdot 4 = 120^\circ$.

Ответ: 120.

10. Задание 10



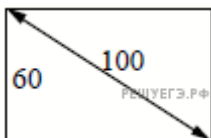
План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Фигура состоит из квадрата со стороной 3 м и прямоугольника со сторонами 1 и 2 м.

Площадь всей фигуры равна: $S = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 9 + 2 = 11 \text{ м}^2$

Ответ: 11.

11. Задание 10



Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 100 см, а высота экрана — 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.

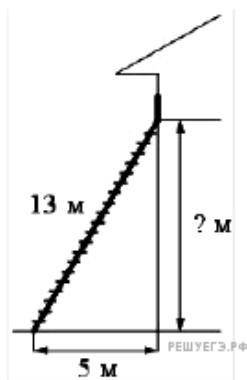
Решение. Пусть x — искомая ширина. Согласно теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

$$\begin{aligned} x^2 + 60^2 &= 100^2 \Leftrightarrow x^2 = 100^2 - 60^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 &= 10000 - 3600 \Leftrightarrow x^2 = 6400 \Leftrightarrow x_1 = 80, x_2 = -80 \end{aligned}$$

Поскольку ширина не может быть отрицательной величиной, получаем, что она равна 80.

Ответ: 80.

12. Задание 10

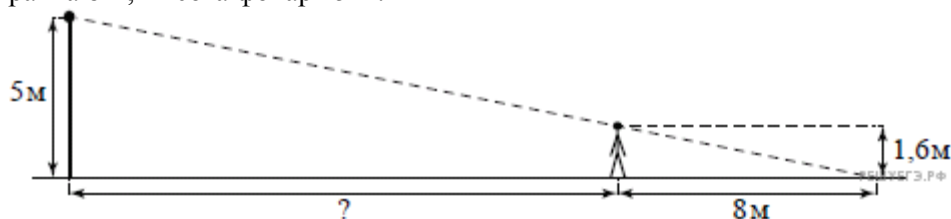


Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну дома (см. рисунок). Нижний конец лестницы отстоит от стены дома на 5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Решение. Высоту окна находим по теореме Пифагора: $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ м.

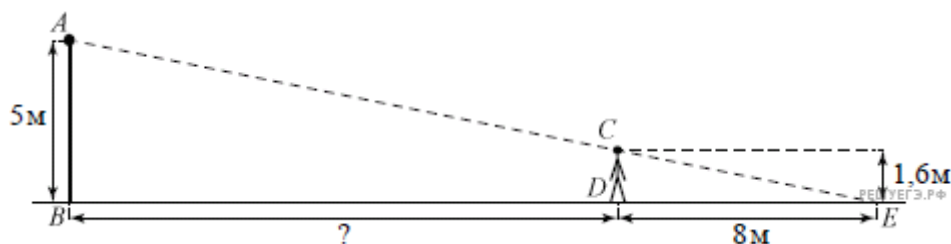
13. Задание 10

На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,6 м, если длина его тени равна 8 м, высота фонаря 5 м?



Решение. Введём обозначения, как показано на рисунке. Рассмотрим прямоугольные треугольники AEB и CDE , они имеют общий угол E и, следовательно, подобны по двум углам.

Значит, $\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$, откуда $BE = DE \frac{AB}{CD} = 8 \cdot \frac{5}{1,6} = \frac{400}{16} = 25$. Получаем, что $BD = BE - DE = 25 - 8 = 17$ м.



Ответ: 17.

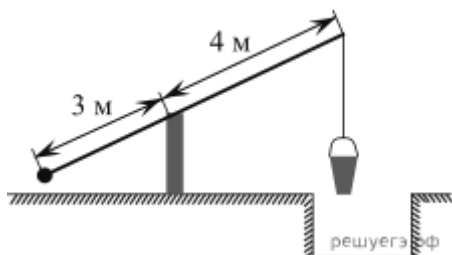
14. Задание 10

Масштаб карты такой, что в одном сантиметре 12 км. Чему равно расстояние между городами А и В (в км), если на карте оно составляет 4 см?

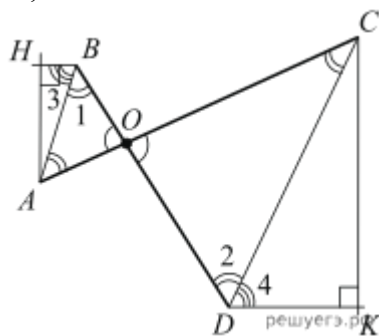
Решение. Расстояние между городами равно $4 \cdot 12 = 48$ км.

Ответ: 48.

15. Задание 10



На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 3 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Решение. Введём обозначения, приведённые на рисунке. Здесь AC — плечи "журавля" до опускания, BD — после, AH — высота, на которую поднялся конец короткого плеча, CK — высота, на которую опустился конец длинного. Рассмотрим треугольники AOB и COD , углы AOB и COD равны, как вертикальные, следовательно, равны и углы при основаниях:

$$\angle ABO = \angle OAB = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2} = \frac{180^\circ - \angle COD}{2} = \angle OCD = \angle CDO.$$

Следовательно, треугольники AOB и COD подобны по двум углам, то есть $\frac{OC}{AO} = \frac{OD}{BO} = \frac{CD}{AB} = \frac{4}{3}$.

Рассмотри прямые AB и CD , их пересекает секущая BD углы, обозначенные на рисунке 1 и 2 накрест лежащие и равны друг другу, следовательно, прямые AB и CD параллельны. Стороны углов 3 и 4 параллельны друг другу, следовательно, они равны.

Рассмотрим треугольники AHB и CDK , они прямоугольные, имеют равные углы, следовательно, они подобны, значит:

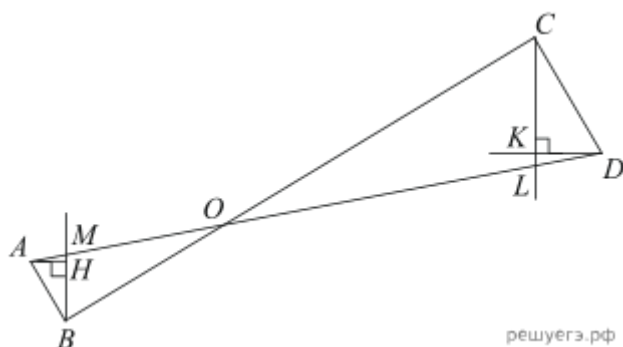
$$\frac{CD}{AB} = \frac{CK}{AH} \Leftrightarrow CK = AH \frac{CD}{AB} \Leftrightarrow CK = 1,5 \cdot \frac{4}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

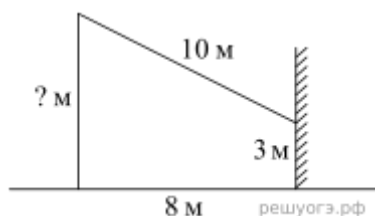
Примечание

Можно привести несколько иное доказательство подобия треугольников AHB и CDK . На приведённой ниже картинке есть два маленьких треугольника обозначенные AHM и DKL , они прямоугольные и одна пара углов равна друг другу как накрест лежащие при параллельных прямых, следовательно, они подобны.

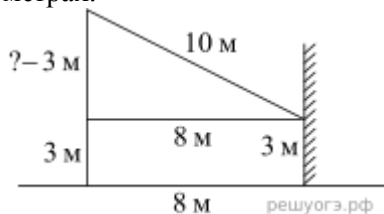
Затем, можно заметить, что у треугольников AMB и DLC соответственные углы, не важно какие, равны друг другу, потому что их стороны параллельны, следовательно, треугольники подобны. Аналогично с треугольниками AHB и DKC . Из трёх пар подобий этих треугольников следует, что треугольники AHB и CDK подобны.



16. Задание 10



От столба к дому натянута проволока длиной 10 м, который закреплён на стене дома на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Найдите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 8 м. Ответ дайте в метрах.



Решение. Пусть длина искомой стороны равна x м. Проведём отрезок, параллельный горизонтальной прямой, как показано на рисунке, тогда $x - 3$ м — катет получившегося прямоугольного треугольника. По теореме Пифагора:

$$x - 3 = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = 6,$$

Следовательно, длина искомой стороны равна $6 + 3 = 9$.

Ответ: 9.

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	506127	1700
2	506331	1260
3	506391	1,5
4	506471	120
5	506594	72
6	506803	900
7	507527	2400
8	509593	96
9	509733	120
10	510259	11

11	510684	80
12	510894	12
13	511004	17
14	512585	48
15	513082	2
16	514407	9