

## Рациональные уравнения

Рациональное выражение — это алгебраическое выражение, которое состоит из чисел и переменной  $x$ , а также операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем.

Если  $r(x)$  — рациональное выражение, то уравнение  $r(x)=0$  называют *рациональным уравнением*.

Напомним, когда дробь равна нулю:  $a/b=0$  — тогда, и только тогда, когда сразу удовлетворены два условия:

1. числитель дроби равен нулю ( $a=0$ );
2. знаменатель дроби отличен от нуля:  $b \neq 0$ .

### Ход решения рационального уравнения

1. Переносим все члены уравнения в левую часть.
2. Преобразовываем левую часть уравнения к виду алгебраической дроби  $p(x)/q(x)$ .
3. Решаем уравнение  $p(x)=0$ .
4. Для каждого корня уравнения  $p(x)=0$  выполняем проверку: удовлетворяет ли он условию  $q(x) \neq 0$  или нет. Если выполняет, тогда это корень заданного уравнения; если не выполняет, то это посторонний корень, в ответ его не включаем.

#### Пример 1



The image shows a handwritten solution on a grid background. At the top, the equation  $\frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = 0$  is written. To its right, a system of equations is shown in curly braces:  $\begin{cases} 2x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases}$ . Below this, the quadratic equation  $2x^2 - 3x - 5 = 0$  is written, followed by the coefficients  $a=2$ ,  $b=-3$ ,  $c=-5$ . Then, the discriminant is calculated:  $D=b^2-4ac=9+40=49$ . The roots are found using the quadratic formula:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ . The first root is calculated as  $x = \frac{3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3 + 7}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$ . The second root is calculated as  $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3 - 7}{4} = \frac{-4}{4} = -1$ . A note states:  $x \neq -1$ , число  $-1$  является посторонним корнем. The final answer is given as **Ответ : 2,5**. In the bottom right corner, there are illustrations of geometric shapes: a red cylinder, a blue cube, a green sphere, a yellow pencil, a protractor, and a compass.

$$\frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = 0 \quad \begin{cases} 2x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases}$$
$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$
$$a=2 \quad b=-3 \quad c=-5$$
$$D=b^2-4ac=9+40=49$$
$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3 + 7}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$$
$$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3 - 7}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$x \neq -1$ , число  $-1$  является посторонним корнем.

**Ответ : 2,5**

## Пример 2

Решить уравнение  $\frac{3x}{x-2} + \frac{6}{2-x} = x$

---

Общий знаменатель равен  $x - 2$ .

Умножив обе части на общий знаменатель, получим

$$3x - 6 = x(x - 2),$$

$$3x - 6 = x^2 - 2x.$$

Отсюда

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

При  $x = 2$ ,  $x - 2 = 0$ .

При  $x = 3$ ,  $x - 2 \neq 0$ .

Ответ 3