Сборник задач по теории вероятностей (с решениями)

Разработка предназначена для учащихся 9–11 классов для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ по математике.

УМК любой

Цель: показать решение типовых задач по данной теме, закрепить умение учащихся решать данные задачи, подготовить учеников к сдаче ОГЭ и ЕГЭ

Методические рекомендации по использованию ресурса:
Работу можно применить:

- при проведении урока по систематизации и закреплении знаний учащихся
- при проведении консультаций.

Источники информации:
Открытый банк ЕГЭ ФИПИ http://fipi.ru/

Теория вероятностей

Классическое определение вероятности

Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для А исходов к числу всех равновозможных исходов: **P (A) =** $\frac{m}{n}$

где n — общее число равновозможных исходов, m — число исходов, благоприятствующих событию А.

Противоположные события

Событие, противоположное событию А, обозначают Ā. При проведении испытания всегда происходит ровно одно из двух противоположных событий и

Объединение несовместных событий

Два события А и В называют несовместными, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию А, так и событию В.

Если события А и В несовместны, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей событий А и В:

P(A U B) =P(A) + P(B)

Пересечение независимых событий

Два события А и В называют независимыми, если вероятность каждого из них не зависит от появления или непоявления другого события.

Событие С называют пересечением событий А и В (пишут С = А∩В), если событие С означает, что произошли оба события А и В.

Если события А и В независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий А и В:

P(A∩B) = P(A) • P(B)

Формула сложения вероятностей совместных событий:

P(A U B) =P(A) + P(B) – P(A∩B)

1. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.

Решение. При выборе телевизора наугад возможны 1000 исходов, событию А «выбранный телевизор — бракованный» благоприятны 5 исходов. По определению вероятности Р(А) = 5÷1000 = 0,005. Ответ: 0,005.

2. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

Решение. Общее число исходов равно числу шаров: 9 + 6 + 5 = 20. Число исходов, благоприятствующих данному событию, равно 6. Искомая вероятность равна 6÷20 = 0,3. Ответ: 0,3.

3. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Решение. Вероятность события равна отношению количества благоприятных случаев к количеству всех случаев. Благоприятными случаями являются 3 случая, когда игру начинает Петя, Игорь или Антон, а количество всех случаев 6. Поэтому искомое отношение равно 3:6=0,5. Ответ: 0,5.

4. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Решение: Обозначим через А событие «команда России во второй группе». Тогда количество благоприятных событий m = 4 (четыре карточки с номером 2), а общее число равновозможных событий n = 16 (16 карточек) по определению вероятности P= 4: 16 = 0,25. Ответ:0,25

5. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.
Решение. Всего спортсменов 11 + 6 + 3 = 20 человек. Поэтому вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России равна 9:20 = 0,45. *Ответ: 0,45.*

6. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?
Решение. На каждые 1000 лампочек приходится 5 бракованных, всего их 1005. Вероятность купить исправную лампочку будет равна доле исправных лампочек на каждые 1005 лампочек, то есть 1000:1005=0,995. *Ответ: 0,995.*

7. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин? *6 : 8=0,75.*

8. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу A?
Решение. Каждая команда попадет в группу с вероятностью 0,25. Таким образом, вероятность того, что команда не попадает в группу равна 1-0,25=0,75. *Ответ: 0,75*

9. На турнир по шахматам прибыло 26 участников в том числе Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбили на две группы по 13 человек. Найти вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.
Решение. Всего 26 мест. Пусть Коля займет случайное место в любой группе. Останется 25 мест, из них в другой группе 13.

Исходом считаем выбор места для Толи. Благоприятных исходов 13. P=13/25 = 0,52. *Ответ:0,52*

10. В классе 16 учащихся, среди них два друга —Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

Решение. Если Сергею первому досталось некоторое место, то Олегу остаётся 15 мест. Из них 3 — в той же группе, где Сергей. Искомая вероятность равна 3/15. *Ответ:0,2*

11. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Решение. Пусть один из друзей находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе окажутся 6 человек из 20 оставшихся учащихся. Вероятность того, что друг окажется среди этих 6 человек, равна 6 : 20 = 0,3. *Ответ: 0,3*

12. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 спортсменов, среди которых 7 участников из России, в том числе Платон Карпов. Найдите вероятность того, что в первом туре Платон Карпов будет играть с каким-либо спортсменом из России? 6:15=0,4. *Ответ:0,4.*

13. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашистом из России? *2: 25=0,08. Ответ: 0,08.*

14. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Сергей и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 2

равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Андрей окажутся в одной группе. *Ответ 12 : 25 = 0,48.*

15. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу. *Ответ 6 : 20 = 0,3.*

16. В классе 21 учащийся, среди них две подруги - Аня и Нина. Класс случайным образом делят на семь групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе. *Ответ: 2: 20 = 0,1.*

17. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1. *Ответ. 6 : 12= 0,5 (6 делений между 12 и 7, всего 12 делений)*

18. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 6, но не дойдя до отметки 9 часов. *3:12 = 0,25*

При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n=2^{a}$, где α – количество бросков

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.
Решение. Всего возможны четыре исхода: решка-решка, решка-орёл, орёл-решка, орёл-орёл. Орёл выпадает ровно один раз в двух случаях, поэтому вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз равна 2:4=0,5. Ответ: 0,5.
20. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу. *Ответ: 1:4=0,25*

21. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу. *Решение. 1:8=0,125* *Ответ. 0,125*

22. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.
Решение. Составим список возможных вариантов. Бросают 2 раза может выпасть О - Орел, Р - Решка:
ОО, ОР, РО, РР. Всего 4 исхода из них только один случай удовлетворяет условию. Вероятность (Р) = 1 / 4 = 0.25.
Ответ: 0.25

23. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
Решение. Всего исходов $2^4 = 16$*, благоприятных 1 (ОООО).*
1:16 = 0,0625. *Ответ: 0,0625*

При решении задач с кубиками число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n=6^a$***, где α –количество бросков***

24. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечетное число очков.
Решение. При бросании кубика равновозможных шесть различных исходов. Событию "выпадет нечётное число очков" удовлетворяют три случая: когда на кубике выпадает 1, 3 или 5 очков. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет нечётное число очков равна 3:6=0,5. *Ответ: 0,5.*

25. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
Решение. При бросании кубика равновозможны шесть различных исходов. Событию "выпадет не больше трёх очков" удовле-

творяют три случая: когда на кубике выпадает 1, 2, или 3 очка. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет не больше трёх очков равна 3:6=0,5 О<u>*твет: 0,5.*</u>

26. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.
Решение. При бросании кубика 6^2= 36 различных исходов. Событию "выпадет больше трёх очков" удовлетворяют три случая: когда на кубике выпадает 4, 5, или 6 очков , благоприятных исходов 9 (4,4; 4,5; 4,6; 5,4; 5,5; 5,6; 6,4; 6,5; 6,6.)
<u>*Ответ: 9: 36 = 0,25.*</u>

27. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
Решение. При бросании кубика 6^3= 216 различных исходов, благоприятных 14. 14 : 216 = 0,07. <u>*Ответ: 0,07.*</u>

28. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.
Решение. Всего трехзначных чисел 900. На пять делится каждое пятое их них, то есть таких чисел 900:5=180. Вероятность того, что Коля выбрал трехзначное число, делящееся на 5, определяется отношением количества трехзначных чисел, делящихся на 5, ко всему количеству трехзначных чисел: 180:900=0,2. <u>*Ответ: 0,2.*</u>

29. Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 50. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер?
Решение. Всего было подготовлено 50 билетов. Среди них 9 были однозначными. Таким образом, вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер равна 9:50=0,18. <u>*Ответ: 0,18.*</u>

30. В мешке содержатся жетоны с номерами от 5 до 54 включительно. Какова вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число?
Решение. Всего в мешке жетонов - 50. Среди них 45 имеют двузначный номер. Таким образом, вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число равна 45 : 50 = 0,9. Ответ: 0.9.

31. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на 3?
3 : 10 = 0,3. Ответ: 0,3.

Противоположные события.

32. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
Решение. Вероятность того, что ручка пишет хорошо, равна 1 − 0,19 = 0,81. Ответ: 0,81.

33. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8°С равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется 36,8°С или выше. *Ответ. 1-0,87=0,13*

34. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.
Решение. По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна 1 − 0,965 = 0,035. Ответ: 0,035.

Несовместные и независимые события.

35. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Решение. Суммарная вероятность несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:
P=0,6+ 0,1 = 0,7. *Ответ: 0,7.*

36. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Решение. Рассмотрим события A = «учащийся решит 11 задач» и В = «учащийся решит больше 11 задач». Их сумма — событие A + B = «учащийся решит больше 10 задач». События A и В несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: P(A + B) = P(A) + P(B). Тогда, используя данные задачи, получаем: 0,74 = P(A) + 0,67, откуда P(A) = 0,74 − 0,67 = 0,07. *Ответ: 0,07.*

37. Вероятность того, что на тесте по химии учащийся П. верно решит больше 8 задач, равна 0,48. Вероятность того, что П. верно решит больше 7 задач, равна 0,54. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 8 задач.

Решение. Вероятность решить несколько задач складывается из суммы вероятностей решить каждую из этих задач. Больше 8: решить 9-ю, 10-ю ... Больше 7: решить 8-ю, 9-ю, 10-ю ...Вероятность решить 8-ю = 0,54-0,48=0,06. *Ответ:0.06*

38. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4? *Ответ: 4 : 10 = 0,4.*

39. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.
Решение. Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, он промахивается с вероятностью 1 − 0,8 = 0,2. События попасть или промахнуться при каждом выстреле независимы, вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Тем самым, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна 0,8•0,8•0,8•0,2•0,2=0,02048. Ответ:0.02048.

40. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
Решение. Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: 0,3·0,3 = 0,09. Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна 1 − 0,09 = 0,91. Ответ: 0,91.

41. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
Решение. Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94. Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: 0,94·0,94 = 0,8836. Ответ: 0,8836.

42. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение. Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: 0,52 · 0,3 = 0,156. *Ответ: 0,156.*

43. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $(0,3)^3 = 0,027$. *Ответ: 0,027.*

44. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Решение. Рассмотрим события A = «в автобусе меньше 15 пассажиров» и B = «в автобусе от 15 до 19 пассажиров». Их сумма — событие A + B = «в автобусе меньше 20 пассажиров». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: P(A + B) = P(A) + P(B).
Тогда, используя данные задачи, получаем: 0,94 = 0,56 + P(B), откуда P(B) = 0,94 − 0,56 = 0,38. *Ответ: 0,38.*

45. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна

0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: 0,2 + 0,15 = 0,35.

Ответ: 0,35.

46.Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение. Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», C = «чайник прослужит ровно два года», тогда A + B + C = «чайник прослужит больше года». События A, B и C несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события C, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда: P(A + B+ C) = P(A) + P(B)+ P(C)= P(A) + P(B) откуда, используя данные из условия, получаем 0,97 = P(A) + 0,89.Тем самым, для искомой вероятности имеем: P(A) = 0,97 − 0,89 = 0,08. Ответ: 0,08.

47. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение. Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х — хорошая, О — отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды: P(XXO) = 0,8·0,8·0,2 = 0,128; P(XOO) = 0,8·0,2·0,8 = 0,128; P(OXO) =

$0,2\cdot0,2\cdot0,2 = 0,008$; $P(OOO) = 0,2\cdot0,8\cdot0,8 = 0,128$. Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$P(XXO) + P(XOO) + P(OXO) + P(OOO) = 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392$. *Ответ: 0,392.*

48. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение. Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$. Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,0025 = 0,9975$. *Ответ: 0,9975.*

49. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение. Рассмотрим событиеA = кофе закончится в первом автомате, B = кофе закончится во втором автомате.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0,12 = 0,88$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B)$, имеем: $0,88 = 0,7 + 0,7 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,52$. *Ответ: 0,9975.*

50. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того,

что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение. Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике и оно бракованное: $0,45 \cdot 0,03 = 0,0135$. Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике и оно бракованное: $0,55 \cdot 0,01 = 0,0055$. Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0,0135 + 0,0055 = 0,019$. *Ответ: 0,019.*

51. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение. Джон попадает в муху, если схватит пристрелянный револьвер и попадет из него, или если схватит непристрелянный револьвер и попадает из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot 0,9 = 0,36$ и $0,6 \cdot 0,2 = 0,12$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,36 + 0,12 = 0,48$. Событие, состоящее в том, что Джон промахнется, противоположное. Его вероятность равна $1 - 0,48 = 0,52$. *Ответ. 0,52*

52. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение. В силу независимости событий, вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику: 0,6·0,8·0,7 = 0,336, вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию: 0,6·0,8·0,5 = 0,24, вероятность успешно сдать экзамены и на «Лингвистику», и на «Коммерцию»: 0,6·0,8·0,7·0,5 = 0,168. Успешная сдача экзаменов на «Лингвистику» и на «Коммерцию» — события совместные, поэтому вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Тем самым, поступить на одну из этих специальностей абитуриент может с вероятностью 0,336 + 0,24 − 0,168 = 0,408. Ответ: 0,408.

53. По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет- магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение. Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна 1 − 0,9 = 0,1. Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна 1 − 0,8 = 0,2. Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий: 0,1 · 0,2 = 0,02. Ответ: 0,02.

54. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и

последнюю игры. *Решение. Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим: 0,5·0,5·0,5 = 0,125.* *<u>Ответ: 0,125.</u>*

55. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Решение. Анализ пациента может быть положительным по двум причинам: А) пациент болеет гепатитом, его анализ верен; В) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем: P(A)=0,9•0.05=0,045; P(B)= 0,01•0,95=0,0095 ,P(A+B)=P(A)(B)=0,045+0,0095=0,0545.
<u>Ответ:0,0545.</u>

56. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение. Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий: A = батарейка действительно неисправна и забракована справедливо или B = батарейка исправна, но по ошибке забракована. Это несов-

местные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей эти событий. Имеем:
P(A+B)=P(A)+P(B)=0,02•0,99+0,98•0,01=0,0198+0,0098=0,0296
Ответ: 0,0296.

57. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение. Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что мишень поражена со второго выстрела. Вероятность события A равна P(A) = 0,7. Событие B наступает, если, стреляя первый раз, стрелок промахнулся, а, стреляя второй раз, попал. Это независимые события, их вероятность равна произведению вероятностей этих событий: P(B) = 0,3·0,7 = 0,21. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: P (A + B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,21 = 0,91. Ответ: 0,91.

58. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда *A* должна сыграть два матча — с командой *B* и с командой *C*. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда *A*.

Решение. Рассмотрим все возможные исходы жеребьёвки.

- *КомандаA в матче в обоих матчах первой владеет мячом.*
- *КомандаA в матче в обоих матчах не владеет мячом первой.*
- *КомандаA в матче с командой B владеет мячом первой, а в матче с командой C — второй.*
- *КомандаA в матче с командой C владеет мячом первой, а в матче с командой B — второй.*

Из четырех исходов один является благоприятным, вероятность его наступления равна 1:4=0,25. Ответ: 0,25.

59. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите ве-

роятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

Решение. Вероятность промаха равна $1 - 0,5 = 0,5$. Вероятность того, что стрелок первые три раза попал в мишени равна $0,5^3 = 0,125$. Откуда, вероятность события, при котором стрелок сначала три раза попадает в мишени, а четвёртый раз промахивается равна $0,125 \cdot 0,5 = 0,0625$. *Ответ: 0,0625.*

60. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Байкал» играет по очереди с командами «Амур», «Енисей», «Иртыш». Найти вероятность того, что команда «Байкал» будет первой владеть мячом только в игре с «Амуром».

Решение. Монету бросают 3 раза.
Для команды «Байкал» возможные исходы в трех бросках {О О О},{Р О О}, {О Р О}, {О О Р}, {Р Р О},{Р О Р}, {О Р Р},{Р Р Р}. Всего исходов 8, благоприятных1(выпадение орла в первой игре) {О Р Р, 1:8=0,125.Ответ 0,125.

61.У Пети в кармане лежат шесть монет: четыре монеты по рублю и две монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что теперь две двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

Решение. Пронумеруем монеты: рублевые – 1, 2, 3, 4; двухрублевые – 5, 6. {123} {124} {125} {126} {134} {135} {136} {145} {146} {156} {234} {235} {236} {245} {246} {256} {345} {346} {356} {456}
$n = 20$ – число всех исходов .Взять три монеты можно так: (числа в порядке возрастания,чтобы не пропустить комбинацию)
$m = 8$ – число благоприятных исходов (комбинации, в которых монеты 5 и 6 (двухрублевые) не взяты или взяты обе. 8:20=0,4