

Задание 4 Вычисления и преобразования

Преобразования числовых рациональных выражений

1. Задание 4 № 26900

Найдите значение выражения $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,6$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,6 = \left(\frac{6}{8} + \frac{19}{8}\right) \cdot 25\frac{3}{5} = \frac{25 \cdot 128}{8 \cdot 5} = 80.$$

Ответ: 80.

2. Задание 4 № 77389

Найдите значение выражения $\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70} = \left(\frac{18}{7} - \frac{5}{2}\right) \cdot 70 = \frac{1 \cdot 70}{14} = 5.$$

Ответ: 5.

3. Задание 4 № 77390

Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2) : 1000$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(432^2 - 568^2) : 1000 = \frac{(432 - 568)(432 + 568)}{1000} = \frac{-136 \cdot 1000}{1000} = -136.$$

Ответ: -136.

4. Задание 4 № 77392

Найдите значение выражения $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.

Решение.

Умножим числитель и знаменатель на 10 000:

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457} = \frac{123 \cdot 457 \cdot 10}{123 \cdot 457} = 10.$$

Ответ: 10.

Преобразования алгебраических выражений и дробей

5. Задание 4 № 26795

Найдите значение выражения $\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a - 1)}{a(11a - 1)} = 11.$$

Ответ: 11.

6. Задание 4 № 26799

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x = \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} - 3x = -2.$$

Ответ: -2.

7. Задание 4 № 26802

$$(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right).$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right) = \frac{(2a - 3)(2a + 3)(2a + 3 - 2a + 3)}{(2a - 3)(2a + 3)} = 6.$$

Ответ: 6.

8. Задание 4 № 26805

$$\frac{a}{b}, \text{ если } \frac{2a + 5b}{5a + 2b} = 1.$$

Найдите $\frac{a}{b}$, если

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2a + 5b}{5a + 2b} = 1 \Leftrightarrow 2a + 5b = 5a + 2b \Leftrightarrow 3a = 3b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1.$$

Ответ: 1.

9. Задание 4 № 26806

$$\text{Найдите } 61a - 11b + 50, \text{ если } \frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

Решение.

Выполним преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9 &\Rightarrow 2a - 7b + 5 = 63a - 18b + 45 \Rightarrow 61a - 11b + 40 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 61a - 11b + 50 = 10. \end{aligned}$$

Ответ: 10.

10. Задание 4 № 26808

$$\text{Найдите значение выражения } (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : (2xy).$$

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{4x^2 + y^2 - (2x - y)^2}{2xy} = \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2.$$

Ответ: 2.

11. Задание 4 № 26809

$$\frac{(3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{12xy}{6xy} = 2.$$

Ответ: 2.

12. Задание 4 № 26818

Найдите значение выражения $3p(a) - 6a + 7$, если $p(a) = 2a - 3$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$3p(a) - 6a + 7 = 6a - 9 - 6a + 7 = -2.$$

Ответ: -2.

13. Задание 4 № 26898

Найдите значение выражения $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$ при $x = 80$.

Решение.

Используем формулу разности квадратов:

$$\begin{aligned} & (7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 = \\ & = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147 = 480 - 147 = 333. \end{aligned}$$

Ответ: 333.

14. Задание 4 № 77386

Найдите значение выражения $(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13$ при $b = 345$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\begin{aligned} & (9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13 = \\ & = (3b - 7)(3b + 7) \frac{3b + 7 - (3b - 7)}{(3b - 7)(3b + 7)} + b - 13 = \\ & = 14 + b - 13 = b + 1 = 346. \end{aligned}$$

Ответ: 346.

15. Задание 4 № 26735

Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{(65 + 56)(65 - 56)} = \sqrt{121 \cdot 9} = 11 \cdot 3 = 33.$$

Ответ: 33.

16. Задание 4 № 26736

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2.$$

Ответ: 2.

17. Задание 4 № 26737

Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}) = 13 - 7 = 6.$$

Ответ: 6.

18. Задание 4 № 26743

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{49} = 7.$$

Ответ: 7.

19. Задание 4 № 26744

$$\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}} \right) : \sqrt{\frac{3}{28}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$= \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \right) : \sqrt{\frac{3}{28}} = \frac{(3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}} = 2.$$

Ответ: 2.

20. Задание 4 № 26745

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = 7^{\frac{1}{6} - \frac{1}{6}} = 1.$$

Ответ: 1.

21. Задание 4 № 26746

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = 2.$$

Ответ: 2.

22. Задание 4 № 26752

Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}.$

Решение.

Выполним преобразования:

$$5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} = 5 \cdot 9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 5 \cdot 3 = 15.$$

Ответ: 15.

23. Задание 4 № 26750

$$\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \frac{13 + 2\sqrt{91} + 7}{10 + \sqrt{91}} = \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2.$$

Ответ: 2.

24. Задание 4 № 77405

Найдите значение выражения $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} = 49^{\frac{1}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{6}} = 49^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 49^{\frac{1}{2}} = (7^2)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 7.$$

Ответ: 7.

25. Задание 4 № 502066

Найдите значение выражения $(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7} = (3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7.$$

Ответ: 7.

26. Задание 4 № 26824

Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{5x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{x} = 5.$$

Ответ: 5.

Приведем другое решение.

Пусть $a = \sqrt{x}$, тогда $a^2 = x$. Упростим:

$$\frac{5a+2}{a} - \frac{2a}{a^2} = \frac{5a+2}{a} - \frac{2}{a} = \frac{5a+2-2}{a} = \frac{5a}{a} = 5.$$

Полученное выражение не зависит от a , поэтому исходное выражение равно 5.

Преобразования буквенных иррациональных выражений

27. Задание 4 № 26825

Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} = \frac{12m^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = 12m^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18} - \frac{1}{6}} = 12m^0 = 12.$$

Ответ: 12.

28. Задание 4 № 26829

Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x + \sqrt{(x-2)^2} = x + |x-2|.$$

При $x \leq 2$ имеем $|x-2| = 2-x$. Тогда $x + |x-2| = x + 2 - x = 2$.

Ответ: 2.

29. Задание 4 № 26833

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} \text{ при } b > 0.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9 \cdot \sqrt[14]{b}}{\sqrt[14]{b}} = 9.$$

Ответ: 9.

30. Задание 4 № 26838

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} \text{ при } a > 0.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} = \frac{15\sqrt[140]{a} - 7\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

Вычисление значений степенных выражений

31. Задание 4 № 26738

Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36+2 \cdot 0,32} = 5^1 = 5.$$

Ответ: 5.

32. Задание 4 № 26739

$$\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

По свойствам степеней имеем:

$$\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = 3^{6,5-4,5} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

33. Задание 4 № 26740

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9} + \frac{5}{9}} = 7.$$

Ответ: 7.

34. Задание 4 № 26741

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = \frac{3^1}{2^1} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

35. Задание 4 № 26747

$$\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2 = \left(2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}} \right)^2 = 2.$$

Ответ: 2.

36. Задание 4 № 26748

$$\frac{(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}})^{15}}{10^9}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}})^{15}}{10^9} = \frac{2^{\frac{3}{5} \cdot 15} \cdot 5^{\frac{2}{3} \cdot 15}}{2^9 \cdot 5^9} = \frac{2^9 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = 5.$$

Ответ: 5.

37. Задание 4 № 26754

$$\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Используя свойства степени, получаем:

$$\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{10,4}}{7^{8,4}} = 7^2 = 49.$$

Ответ: 49.

38. Задание 4 № 26897

Найдите значение выражения $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$4^8 \cdot 11^{10} : 44^8 = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{(4 \cdot 11)^8} = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{4^8 \cdot 11^8} = 11^2 \cdot 4^0 = 11 \cdot 11 = 121.$$

Ответ: 121.

39. Задание 4 № 77398

Найдите значение выражения $(49^6)^3 : (7^7)^5$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(49^6)^3 : (7^7)^5 = \left((7^2)^6\right)^3 : (7^7)^5 = 7^{2 \cdot 6 \cdot 3} : 7^{7 \cdot 5} = 7^{36} : 7^{35} = 7^{36-35} = 7.$$

Ответ: 7.

40. Задание 4 № 77406

Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = 5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}-(2\sqrt{7}-1)} = 5.$$

Ответ: 5.

41. Задание 4 № 77407

Найдите значение выражения $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 2^{3(1-\sqrt{7})} = 2^{3\sqrt{7}-1+3-3\sqrt{7}} = 2^2 = 4.$$

Ответ: 4.

42. Задание 4 № 77410

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{42^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = 42.$$

Ответ: 42.

Действия со степенями

43. Задание 4 № 26798

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Используем свойства степеней:

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2} = \frac{7m^{30} + 11m^{30}}{3^2 \cdot m^{30}} = \frac{18m^{30}}{9m^{30}} = 2.$$

Ответ: 2.

44. Задание 4 № 26801

$$\frac{a^2 b^{-6}}{(4a)^3 b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} b^{-4}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{a^2 b^{-6}}{(4a)^3 b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} b^{-4}} = \frac{16a^2 b^{-6}}{64a^{3-1} b^{-2-4}} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

45. Задание 4 № 26814

$$18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2 = \frac{18x^{7+13}}{9x^{20}} = 2.$$

Ответ: 2.

46. Задание 4 № 26815

$$(7x^3)^2 : (7x^6).$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$(7x^3)^2 : (7x^6) = \frac{49x^6}{7x^6} = 7.$$

Ответ: 7.

47. Задание 4 № 26817

Найдите значение выражения $\frac{11a^6b^3 - (3a^2b)^3}{4a^6b^6}$ при $b = 2$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{11a^6b^3 - (3a^2b)^3}{4a^6b^6} = \frac{11a^6b^3 - 27a^6b^3}{4a^6b^6} = \frac{-4}{b^3} = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

48. Задание 4 № 26827

Найдите значение выражения $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$ при $a = \frac{2}{7}$.

Решение.

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}} = a^{3,33-2,11-2,22} = a^{-1} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5.

49. Задание 4 № 26828

Найдите значение выражения $a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68}$ при $a = 11$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68} = a^{0,65+0,67+0,68} = a^2 = 121.$$

Ответ: 121.

50. Задание 4 № 26832

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4}$ при $a \neq 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4} = \frac{(7a^2)^{\frac{6}{3}}}{a^4} = \frac{(7a^2)^2}{a^4} = \frac{7^2a^4}{a^4} = 49.$$

Ответ: 49.

51. Задание 4 № 26836

$$\frac{(\sqrt{3}a)^2 \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$$

Найдите значение выражения при $a > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(\sqrt{3}a)^2 \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}} = \frac{3a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2+\frac{3}{5}}}{a^{2,6}} = 3.$$

Ответ: 3.

52. Задание 4 № 77397

Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4 = \frac{2x \cdot 3 \cdot 3^3 \cdot x^{36}}{3^4 \cdot x^{36}} = 2x.$$

при $x = 75, 2x = 150$

Ответ: 150.

53. Задание 4 № 77399

Найдите значение выражения $(2a^3)^4 : (2a^{11})$ при $a = 11$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(2a^3)^4 : (2a^{11}) = \frac{2^4 a^{12}}{2a^{11}} = 8a = 88.$$

Ответ: 88.

54. Задание 4 № 77401

Найдите значение выражения $\frac{g(x-9)}{g(x-11)}$, если $g(x) = 8^x$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)} = \frac{8^{x-9}}{8^{x-11}} = 8^{x-9-(x-11)} = 8^2 = 64.$$

Ответ: 64.

55. Задание 4 № 77403

Найдите значение выражения $\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}}$ при $a = 0,4$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} = a^{-1} = \frac{1}{0,4} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

56. Задание 4 № 77404

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{a} \sqrt[18]{a}}{a \sqrt[6]{a}}$ при $a = 1,25$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt[9]{a} \sqrt[18]{a}}{a \sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18} - 1 - \frac{1}{6}} = a^{-1} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

57. Задание 4 № 77409

Найдите значение выражения $\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3}$ при $b = 6$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} = \frac{b^{3\sqrt{2}} \cdot b^2}{b^{3\sqrt{2}}} = b^2 = 36.$$

Ответ: 36.

Преобразования числовых логарифмических выражений

58. Задание 4 № 26843

Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) = 4 \cdot 2 = 8.$$

Ответ: 8.

59. Задание 4 № 26844

Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.

60. Задание 4 № 26845

Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$36^{\log_6 5} = (6^{\log_6 5})^2 = 25.$$

Ответ: 25.

61. Задание 4 № 26847

Найдите значение выражения $\log_4 8$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

62. Задание 4 № 26848

Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1.$$

Ответ: 1.

63. Задание 4 № 26851

Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2.$$

Ответ: 2.

64. Задание 4 № 26852

Найдите значение выражения $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13} = \frac{\log_7 13}{\frac{1}{2} \log_7 13} = 2.$$

Ответ: 2.

65. Задание 4 № 26853

Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = 2 \log_5 3 \cdot 2 \log_3 5 = 4 \log_5 3 \cdot \frac{1}{\log_5 3} = 4.$$

Ответ: 4.

66. Задание 4 № 26854

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 \frac{50}{2}} = 9^2 = 81.$$

Ответ: 81.

67. Задание 4 № 26855

Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\begin{aligned} (1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= (1 - \log_2 (2 \cdot 6))(1 - \log_6 (2 \cdot 6)) = \\ &= (1 - 1 - \log_2 6)(1 - \log_6 2 - 1) = -\log_2 6 \cdot (-\log_6 2) = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Приведем другое решение.

Упростим выражения в скобках, затем используем формулу $\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$:

$$\begin{aligned} &(\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) = \\ &= \log_2 \frac{2}{12} \cdot \log_6 \frac{6}{12} = \log_2 \frac{1}{6} \cdot \log_6 \frac{1}{2} = \log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_6 \frac{1}{6} = -1 \cdot (-1) = 1. \end{aligned}$$

68. Задание 4 № 26857

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[6]{13}} 13$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6.$$

Ответ: 6.

69. Задание 4 № 26862

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{7}}^2 49$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_{\sqrt{7}}^2 49 = (2 \cdot 2 \log_7 7)^2 = 16.$$

Ответ: 16.

70. Задание 4 № 26885

Найдите значение выражения $64^{\log_8 \sqrt{3}}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8^{\log_8 \sqrt{3}})^2 = \sqrt{3}^2 = 3.$$

Ответ: 3.

71. Задание 4 № 26894

Найдите значение выражения $\log_3 8,1 + \log_3 10$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 81 = 4.$$

Ответ: 4.

72. Задание 4 № 26896

Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \frac{\frac{1}{2} \log_6 13}{\log_6 13} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

73. Задание 4 № 77418

Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{\log_2 3} = 3.$$

Ответ: 3.

74. Задание 4 № 509086

Найдите значение выражения $\frac{\log_2 12,8 - \log_2 0,8}{5^{\log_{25} 16}}$.

Решение.

Используя свойства логарифмов, получаем:

$$\frac{\log_2 12,8 - \log_2 0,8}{5^{\log_{25} 16}} = \frac{\log_2 \frac{12,8}{0,8}}{16^{\log_{25} 5}} = \frac{\log_2 \frac{128}{8}}{16^{0,5}} = \frac{\log_2 2^4}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

Ответ: 1.

Преобразования буквенных логарифмических выражений

75. Задание 4 № 77415

Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\begin{aligned}\log_a(ab^3) &= \log_a a + \log_a b^3 = \\ &= \log_a a + 3\log_a b = 1 + \frac{3}{\log_b a} = 1 + \frac{3}{\frac{1}{7}} = 1 + 21 = 22.\end{aligned}$$

Ответ: 22.

76. Задание 4 № 77416

Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\log_a \frac{a}{b^3} = \log_a a - 3\log_a b = 1 - 3 \cdot 5 = -14.$$

Ответ: -14.

Вычисление значений тригонометрических выражений

77. Задание 4 № 26775

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Решение.

Поскольку угол α лежит в четвёртой четверти, его тангенс отрицателен. Поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = -\sqrt{10 - 1} = -3.$$

Ответ: -3.

78. Задание 4 № 26776

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Решение.

Поскольку угол альфа лежит в третьей четверти, его тангенс положителен. Поэтому

$$\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{26}{25} - 1} = \frac{1}{5}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 5.$$

Ответ: 5.

79. Задание 4 № 26777

Найдите $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Решение.

Поскольку угол α лежит в четвертой четверти, его косинус положителен. Поэтому

$$3 \cos \alpha = 3 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 3 \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = 1.$$

Ответ: 1.

80. Задание 4 № 26779

Найдите $24 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.

Решение.

Используем формулу косинуса двойного угла $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$. Имеем:

$$24 \cos 2\alpha = 24(1 - 2 \cdot 0,04) = 24 \cdot 0,92 = 22,08.$$

Ответ: 22,08.

81. Задание 4 № 26780

Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3} = \frac{20 \cdot 0,6}{3} = 4.$$

Ответ: 4.

Преобразования числовых тригонометрических выражений

82. Задание 4 № 26784

Найдите $\sin \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\sin \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) = \sin \left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) = \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) = -\cos \alpha.$$

Угол α лежит во второй четверти, поэтому $\cos \alpha < 0$. Тогда

$$-\cos \alpha = - \left(-\sqrt{1 - (0,8)^2} \right) = \sqrt{0,36} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

83. Задание 4 № 26785

Найдите $26 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$.

Решение.

Поскольку угол α лежит в четвертой четверти, $\sin \alpha < 0$. Применим формулу приведения, а затем выразим синус через косинус. Имеем:

$$26 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right) = 26 \sin \alpha = -26 \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13} \right)^2} = -26 \cdot \frac{5}{13} = -10.$$

Ответ: -10.

84. Задание 4 № 26788

Найдите $\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

Решение.

Способ 1: $\operatorname{tg} \alpha = 3 \Leftrightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha$. Тогда:

$$\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{3 \cos \alpha - 12 \cos \alpha}{6 \cos \alpha - 5 \cos \alpha} = -9.$$

Способ 2: разделим числитель и знаменатель дроби на $\cos \alpha$. Тогда:

$$\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{3 - 4 \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha - 5} = \frac{3 - 12}{6 - 5} = -9.$$

Ответ: -9.

85. Задание 4 № 26792

Найдите значение выражения $7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$, если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$.

Решение.

Используем формулы приведения:

$$7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = -7 \cos \beta - 2 \cos \beta = -9 \cos \beta = 3.$$

Ответ: 3.

86. Задание 4 № 26794

Найдите $9 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$9 \cos 2\alpha = 9(2 \cos^2 \alpha - 1) = 18 \cdot \frac{1}{9} - 9 = 2 - 9 = -7.$$

Ответ: -7.

87. Задание 4 № 316350

Найдите $-47 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,4$.

Решение.

По формуле $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ имеем:

$$\begin{aligned} -47 \cos 2\alpha &= -47 \cdot (2 \cos^2 \alpha - 1) = \\ &= -47 \cdot (2 \cdot (-0,4)^2 - 1) = -47 \cdot (0,32 - 1) = -47 \cdot (-0,68) = 31,96. \end{aligned}$$

Ответ: 31,96.

Преобразования буквенных тригонометрических выражений

88. Задание 4 № 502106

Найдите значение выражения $\frac{35 \cos 11^\circ}{\sin 79^\circ} + 7$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{35 \cos 11^\circ}{\sin 79^\circ} + 7 = \frac{35 \cos 11^\circ}{\sin(90 - 11)^\circ} + 7 = \frac{35 \cos 11^\circ}{\cos 11^\circ} + 7 = 42.$$

Ответ: 42.

89. Задание 4 № 502305

Найдите значение выражения $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Решение.

Поскольку угол альфа лежит во второй четверти, его тангенс отрицателен. Поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = -\sqrt{10 - 1} = -3.$$

Ответ: -3.

90. Задание 4 № 508966

Найдите $2 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,7$.

Решение.

Используем формулу косинуса двойного угла: $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$. Получаем:

$$2 \cos 2\alpha = 2(1 - 2 \sin^2 \alpha) = 2 \cdot (1 - 2 \cdot (-0,7)^2) = 2 \cdot (1 - 2 \cdot 0,49) = 0,04.$$

Ответ: 0,04.

91. Задание 4 № 26755

Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

Решение.

Используем формулу синуса двойного угла $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$:

$$\frac{12 \cdot \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

92. Задание 4 № 26757

Найдите значение выражения $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$.

Решение.

Сходственные функции дополнительных углов равны, поэтому

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos(90^\circ - 61^\circ)}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 61^\circ} = 5.$$

Ответ: 5.

93. Задание 4 № 26759

Найдите значение выражения $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$.

Решение.

В силу периодичности косинуса

$$\cos \frac{7\pi}{3} = \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2},$$

и выполним преобразования:

$$4\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

94. Задание 4 № 26763

Найдите значение выражения $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ) = -18\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 18.$$

Ответ: 18.

95. Задание 4 № 26765

Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{\sin(360 - 19)^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

96. Задание 4 № 26774

Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$.

Решение.

Поскольку $\cos^2(180^\circ + \alpha) = \cos^2 \alpha$ имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} = \\ &= \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

97. Задание 4 № 245169

Найдите значение выражения $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$.

Решение.

Используем формулу синуса двойного угла $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$:

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

98. Задание 4 № 503310

Найдите значения выражения $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$.

Решение.

Поскольку $\sin^2 146^\circ = \sin^2 34^\circ = \cos^2 56^\circ$, а $\sin^2 56^\circ + \cos^2 56^\circ = 1$, значение дроби равно $23 : 2 = 11,5$.

Ответ: 11,5.

99. Задание 4 № 26781

Найдите значение выражения $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\beta + 3\pi)}$.

Решение.

В силу периодичности косинуса $\cos(\beta + 3\pi) = \cos(\beta + \pi)$. Далее используем формулы приведения:

$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\pi + \beta)} = \frac{-3 \cos \beta + \cos \beta}{-\cos \beta} = 2.$$

Ответ: 2.

100. Задание 4 № 26782

Найдите значение выражения $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)} = \\ & = \frac{-2 \sin(\pi - \alpha) + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{-2 \sin \alpha + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.