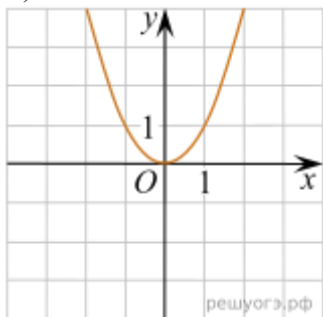


Графики функций

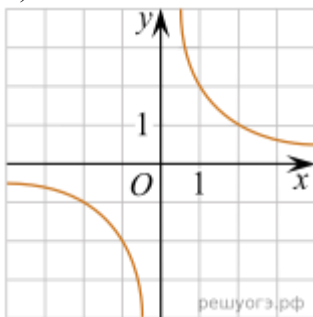
1. Задание 11

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

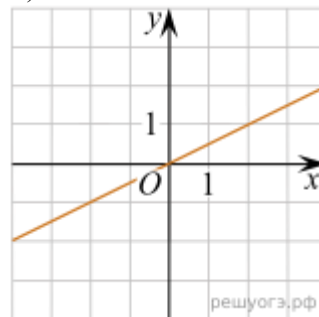
А)



Б)



В)



- 1) $y = x^2$
- 2) $y = \frac{x}{2}$
- 3) $y = \sqrt{x}$
- 4) $y = \frac{2}{x}$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В

Решение.

Определим вид графика каждой из функций.

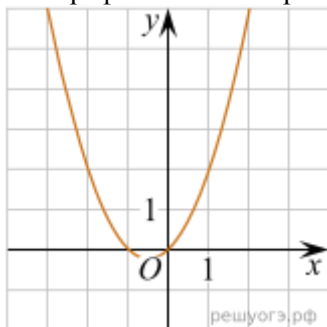
- 1) $y = x^2$ — уравнение параболы, ветви которой направлены вверх.
- 2) $y = \frac{x}{2}$ — уравнение прямой.
- 3) $y = \sqrt{x}$ — уравнение верхней ветви параболы, направленной вправо.
- 4) $y = \frac{2}{x}$ — уравнение гиперболы.

Тем самым найдено соответствие: А — 1, Б — 4, В — 2.

Ответ: 142.

2. Задание 11

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



1) $y = x^2 - x$ 2) $y = -x^2 - x$ 3) $y = x^2 + x$ 4) $y = -x^2 + x$

Решение.

Ветви изображённой на рисунке параболы направлены вверх, а абсцисса вершины отрицательна. Следовательно, данному графику могут соответствовать функции $y = x^2 - x$ или $y = x^2 + x$. Выделим полный квадрат в обоих выражениях:

$$y = x^2 - x = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$y = x^2 + x = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

Графику соответствует вариант под номером 3.

Приведем другое решение.

Ветви изображённой на рисунке параболы направлены вверх, а абсцисса вершины отрицательна. Следовательно, данному графику могут соответствовать функции $y = x^2 - x$ или $y = x^2 + x$. Найдем координаты вершин параболы:

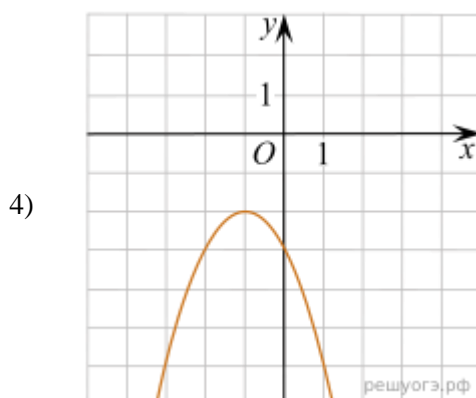
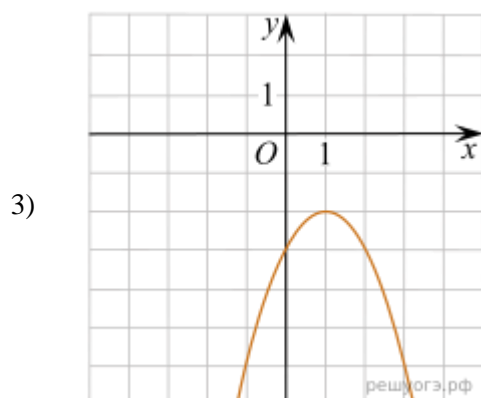
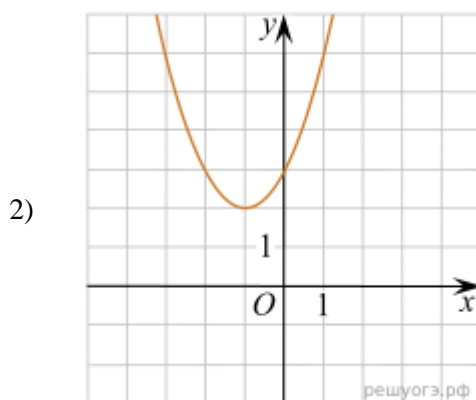
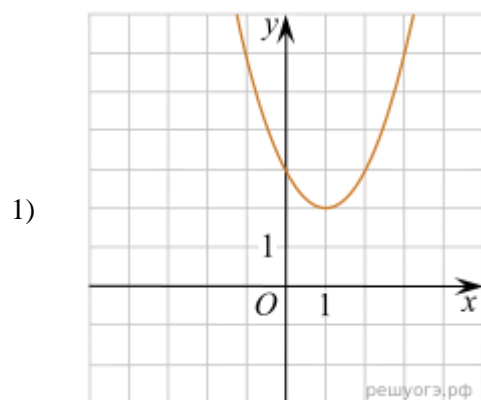
Формула 1: $y = x^2 - x : x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}.$

Формула 3: $y = x^2 + x : x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$

Следовательно, графику соответствует вариант под номером 3.

3. Задание 11

На одном из рисунков изображен график функции $y = x^2 - 2x + 3$. Укажите номер этого рисунка.



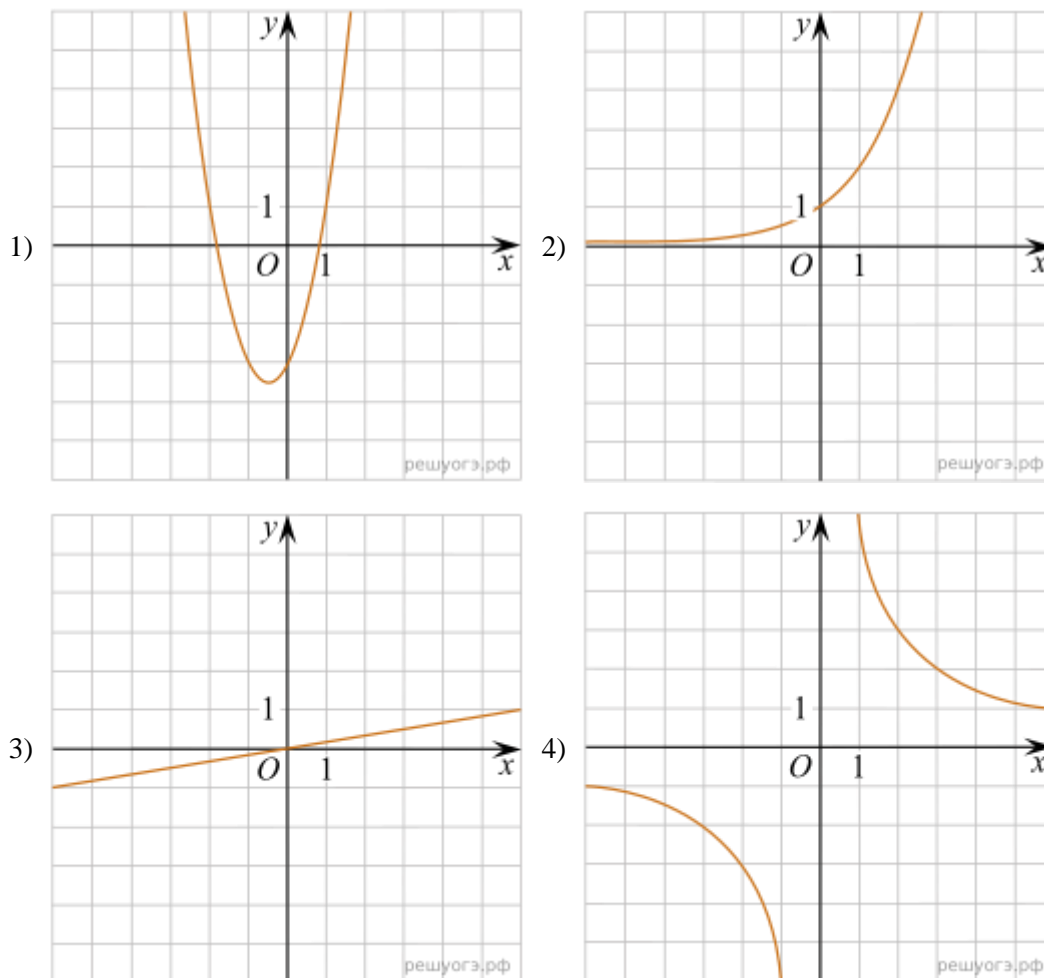
Решение.

Коэффициент $a > 0$, поэтому ветви параболы направлены вверх. Абсцисса вершины параболы равна: $-\frac{b}{2a} = 1$.

Правильный вариант ответа указан под номером 1.

4. Задание 11

На одном из рисунков изображена парабола. Укажите номер этого рисунка.



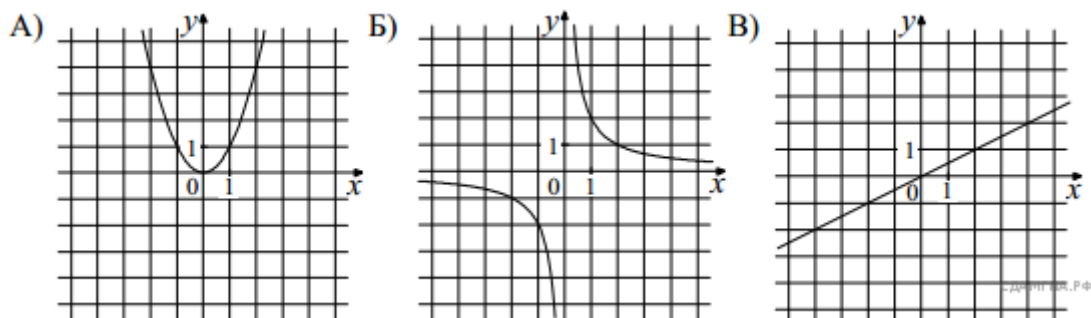
Решение.

Парабола изображена на рисунке 1.

Правильный ответ указан под номером 1.

5. Задание 11

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = x^2$
- 2) $y = \frac{x}{2}$
- 3) $y = \sqrt{x}$
- 4) $y = \frac{2}{x}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Определим вид графика каждой из функций.

- 1) $y = x^2$ — уравнение параболы, ветви которой направлены вверх.
- 2) $y = \frac{x}{2}$ — уравнение прямой.
- 3) $y = \sqrt{x}$ — уравнение верхней ветви параболы, направленной вправо.
- 4) $y = \frac{2}{x}$ — уравнение гиперболы.

Тем самым найдено соответствие: А — 1, Б — 4, В — 2.

Ответ: 142.

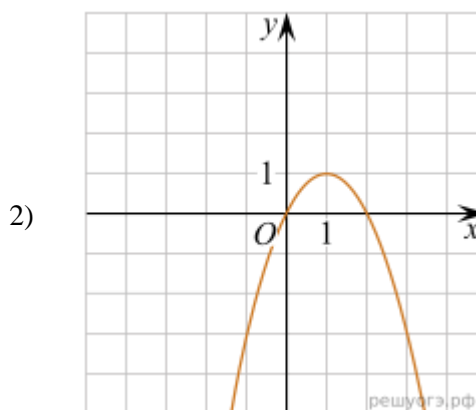
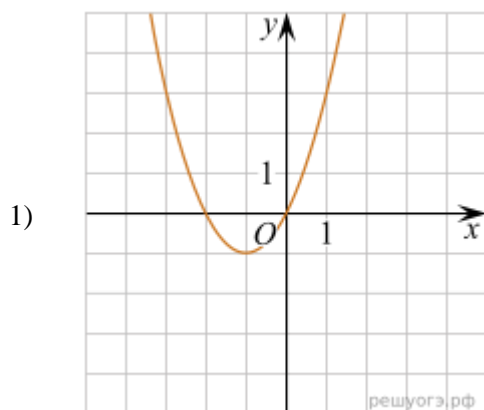
6. Задание 11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

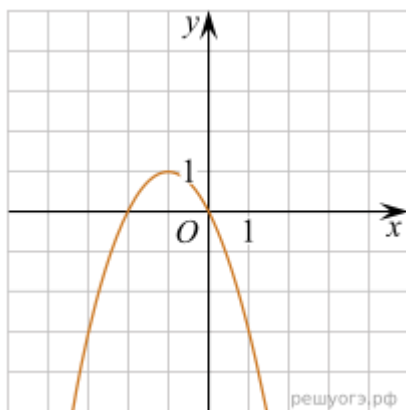
ФУНКЦИИ

- А) $y = x^2 - 2x$
- Б) $y = x^2 + 2x$
- В) $y = -x^2 - 2x$

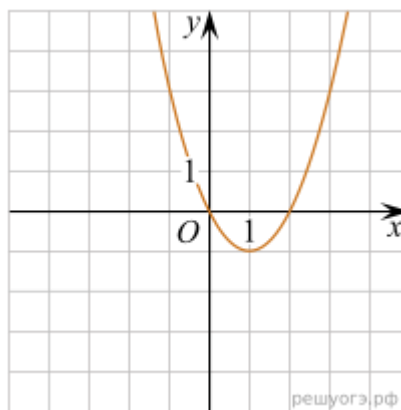
ГРАФИКИ



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Напомним, что если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз; абсцисса вершины параболы вычисляется по формуле $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a}$; парабола пересекает ось Oy в точке c .

Уравнение $y = x^2 - 2x$ задает параболу, ветви которой направлены вверх, абсцисса вершины равна 1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 4).

Уравнение $y = x^2 + 2x$ задает параболу, ветви которой направлены вверх, абсцисса вершины равна -1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 1).

Уравнение $y = -x^2 - 2x$ задает параболу, ветви которой направлены вниз, абсцисса вершины равна -1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 3).

Тем самым, искомое соответствие: А—4, Б—1, В—3.

Ответ: 413.

7. Задание 11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

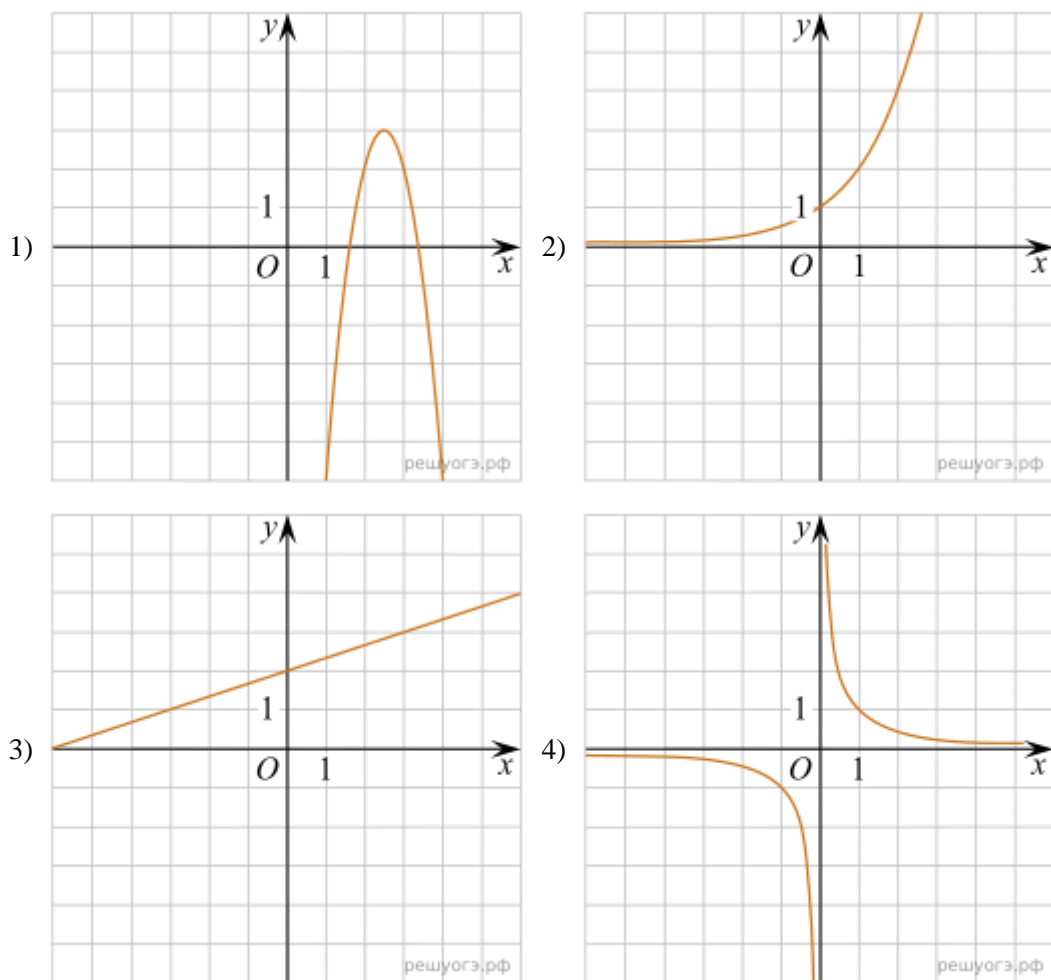
Функции

А) $y = \frac{1}{3}x + 2$

Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$

В) $y = \frac{1}{x}$

Графики



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Определим вид графика для каждой из функций.

А) $y = \frac{1}{3}x + 2$ — линейная функция.

Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$ — парабола.

В) $y = \frac{1}{x}$ — гипербола.

Таким образом, искомое соответствие: А — 3, Б — 1, В — 4.

Ответ: 314.

8. Задание 11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции

А) $y = -2x + 4$

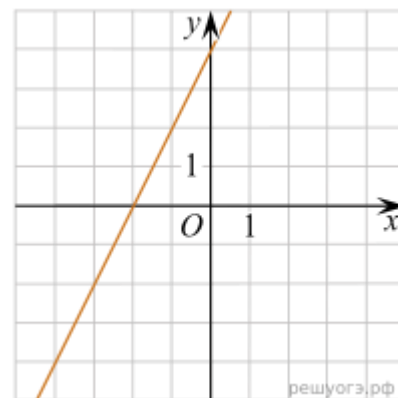
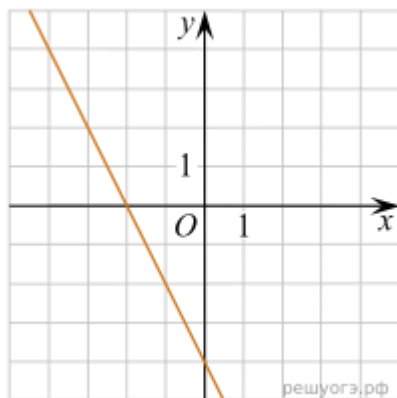
Б) $y = 2x - 4$

В) $y = 2x + 4$

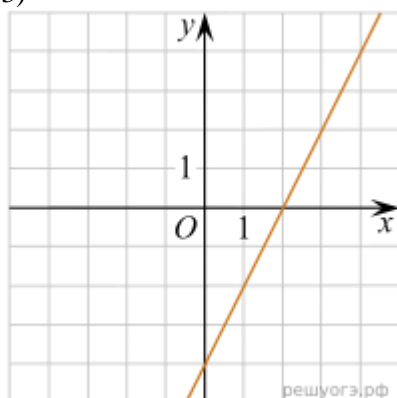
Графики

1)

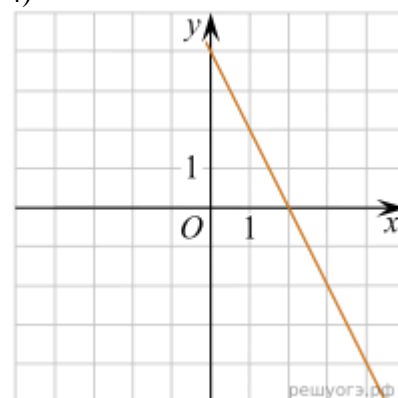
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если прямая задана уравнением $y = kx + b$, то при $k > 0$ функция возрастает, при $k < 0$ — убывает. Значению b соответствует значение функции в точке $x = 0$.

Уравнение $y = -2x + 4$ задаёт убывающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 4.
Уравнение $y = 2x - 4$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке -4.

Уравнение $y = 2x + 4$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 4.

Тем самым, искомое соответствие: А — 4, Б — 3, В — 2.

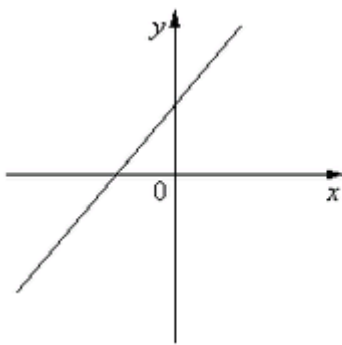
Ответ: 432.

9. Задание 11

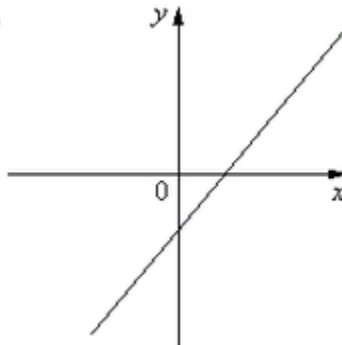
На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

Графики

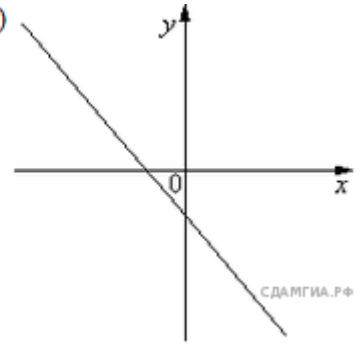
А)



Б)



В)



Коэффициенты

1) $k < 0, b < 0$

2) $k < 0, b > 0$

3) $k > 0, b > 0$

4) $k > 0, b < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если значение функции возрастает с увеличением x , то коэффициент k положителен, если убывает — отрицателен. Значение b соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение b положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно. Таким образом, графикам соответствуют следующие коэффициенты: А — 3, Б — 4, В — 1.

Ответ: 341.

10. Задание 11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции

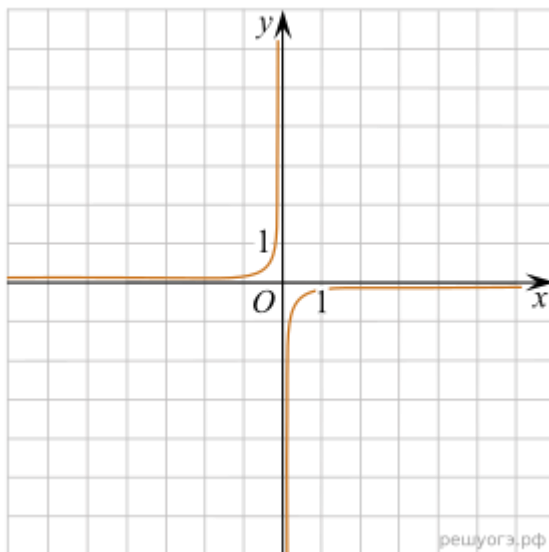
А) $y = \frac{1}{9x}$

Б) $y = \frac{9}{x}$

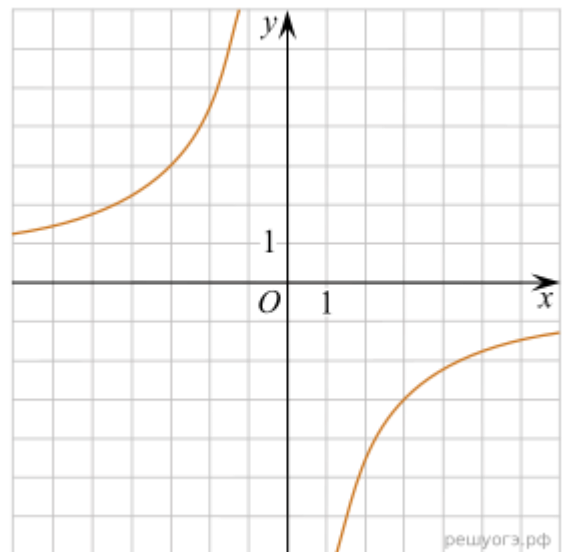
В) $y = -\frac{9}{x}$

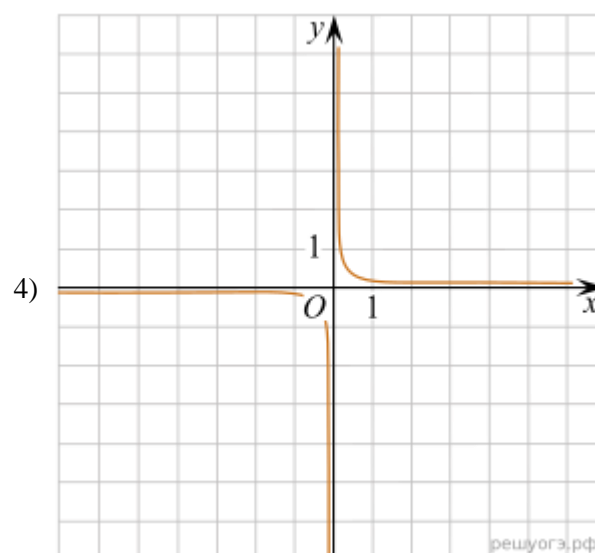
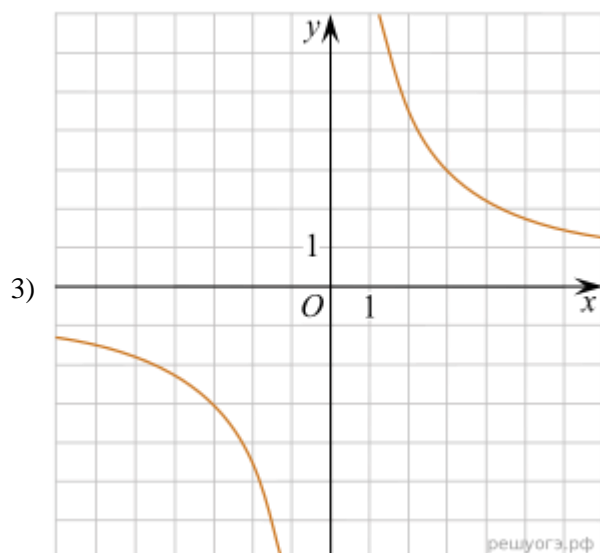
Графики

1)



2)





Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Все представленные здесь функции — гиперболы. Общая формула для уравнения гиперболы: $y = \frac{a}{x}$, если $a > 0$, то ветви гиперболы располагаются в первой и третьей четвертях, в противном случае — во второй и четвёртой четвертях.

Для того, чтобы отличить гиперболы лежащие в одинаковых четвертях нужно подставить какое-нибудь значение x в формулу и проверить, какому графику будет соответствовать полученное значение.

Таким образом, установим соответствие: А — 4, Б — 3, В — 2.

Ответ: 432.

11. Задание 11

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

А) $a > 0, c < 0$

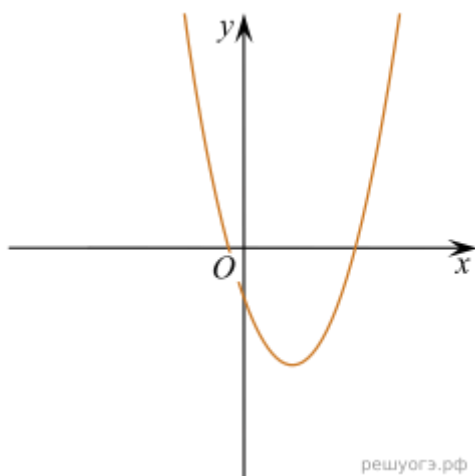
Б) $a < 0, c > 0$

В) $a > 0, c > 0$

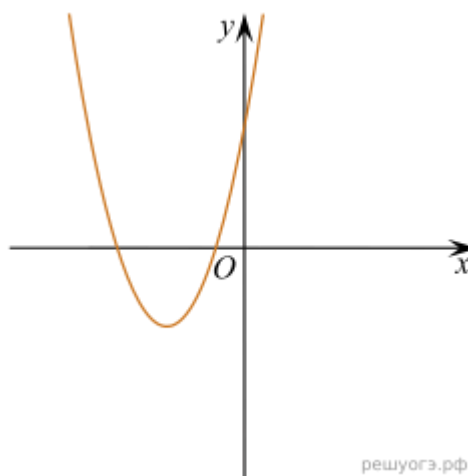
Графики

1)

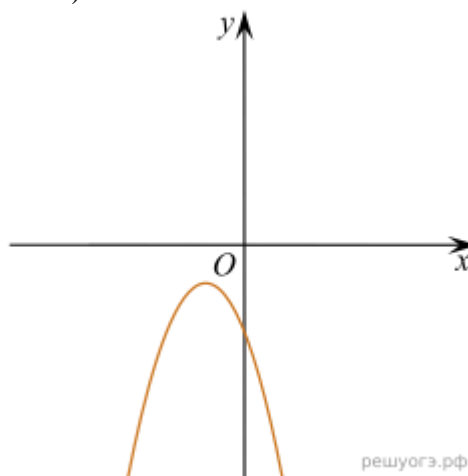
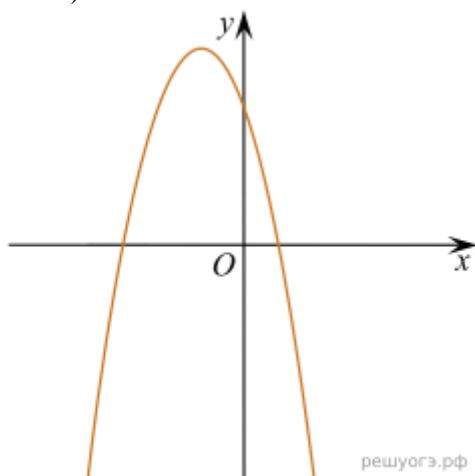
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз. Значение c соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение c положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, функциям соответствуют следующие графики: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.

12. Задание 11

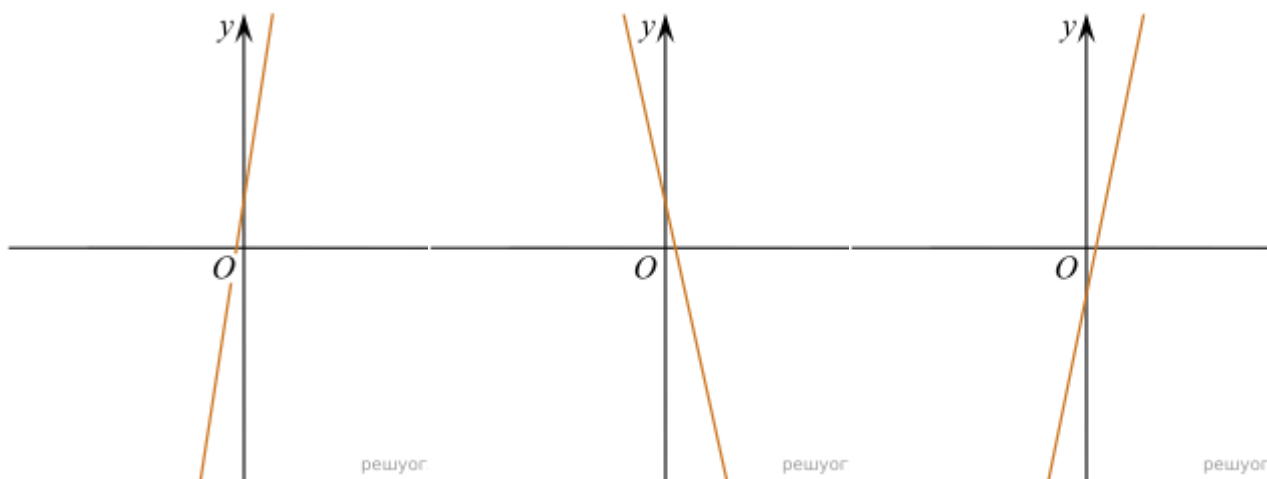
На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

Графики

А)

Б)

В)



Коэффициенты

1) $k < 0, b > 0$

2) $k > 0, b > 0$

3) $k < 0, b < 0$

4) $k > 0, b < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если прямая задана уравнением $y = kx + b$, то при $k > 0$ функция возрастает, при $k < 0$ — убывает. Значению b соответствует значение функции в точке $x = 0$. Таким образом, графику А соответствуют коэффициенты 2, Б — 1, В — 4.

Ответ: 214.

13. Задание 11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

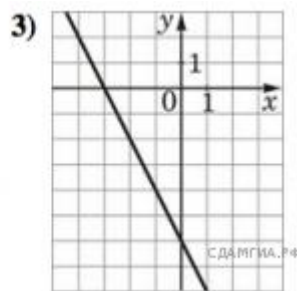
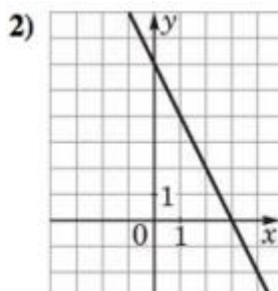
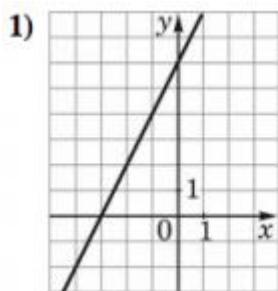
ФУНКЦИИ

А) $y = 2x + 6$

Б) $y = -2x - 6$

В) $y = -2x + 6$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение.

Напомним, что если прямая задана уравнением $y = kx + b$, то: при $k > 0$, тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс положителен.

Уравнение $y = 2x + 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке 6. Ее график изображен на рисунке 1).

Уравнение $y = -2x - 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке -6. Ее график изображен на рисунке 3).

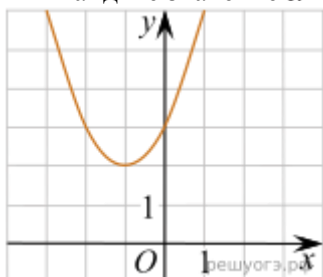
Уравнение $y = -2x + 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке 6. Ее график изображен на рисунке 2).

Тем самым, искомое соответствие: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.

14. Задание 11

Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



1) -1

2) 1

3) 2

4) 3

Решение.

Абсцисса вершины параболы равна -1 , поэтому $-\frac{b}{2a} = -1$, откуда $b = 2a$. Парабола пересекает ось ординат в точке с ординатой 3, поэтому $c = 3$. Тем самым, уравнение параболы принимает вид $y = ax^2 + 2ax + 3$. Поскольку парабола проходит через точку $(-1; 2)$, имеем:

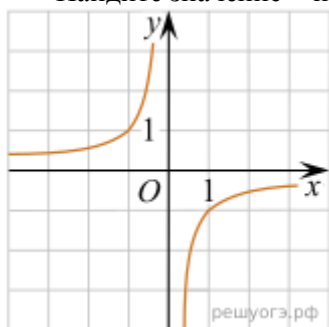
$$2 = a \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + 3 \Leftrightarrow 2 = -a + 3 \Leftrightarrow a = 1.$$

Верный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2.

15. Задание 11

Найдите значение k по графику функции $y = \frac{k}{x}$, изображенному на рисунке.



Решение.

Поскольку гипербола проходит через точку $(-1; 1)$, имеем:

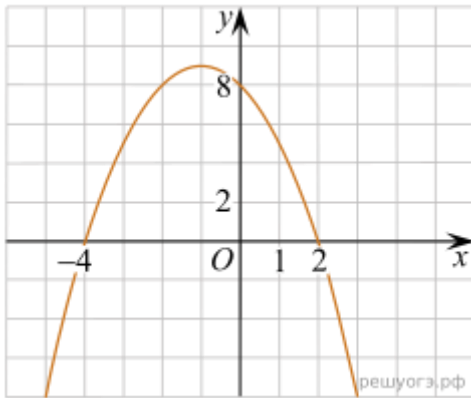
$$1 = \frac{k}{-1} \Leftrightarrow k = -1.$$

Ответ: -1.

16. Задание 11

На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера в порядке возрастания.



1) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$.

2) Наибольшее значение функции равно 8.

3) $f(-4) \neq f(2)$.

Решение.

Проверим каждое утверждение.

1) На луче $(-\infty; -1]$ большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Следовательно, функция возрастает на этом луче; первое утверждение верно.

2) Наибольшее значение функции равно 9, а не 8, как сказано во втором утверждении. Второе утверждение неверно.

3) Значения функции в точках -4 и 2 равны нулю, поэтому $f(-4) = f(2)$. Третье утверждение неверно.

В ответе следует указать номера неверных утверждений, то есть 23.

Ответ: 23.

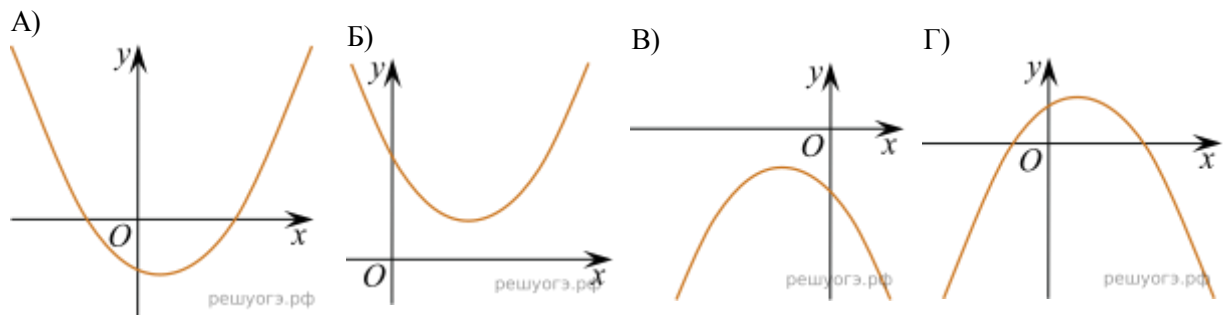
Примечание.

Заметим, что если функция непрерывна на промежутке $[a; b]$ и возрастает (убывает) на промежутке $(a; b)$, то она возрастает (убывает) на промежутке $[a; b]$. Таким образом, утверждение, что данная функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$, является верным, хотя точка -1 является точкой максимума функции.

17. Задание 11

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента a и дискриминанта D .

Графики



Знаки чисел

1) $a > 0, D > 0$

2) $a > 0, D < 0$

3) $a < 0, D > 0$

4) $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Решение.

График функции $y = ax^2 + bx + c$ — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если $a > 0$ и вниз, если $a < 0$. При $D > 0$ уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, то есть график функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет два пересечения с осью абсцисс. Если $D < 0$, то корней нет, а соответственно график не пересекает ось абсцисс. Таким образом, получаем ответ: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Ответ: 1243.