

Степени и корни

1. Задание 6

Запишите десятичную дробь, равную сумме $3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-4}$.

Решение.

Найдём сумму:

$$3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,0001 = 0,3 + 0,01 + 0,0005 = 0,3105$$

Ответ: 0,3105.

2. Задание 6

$$\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9}$$

Найдите значение выражения

Решение.

Найдем значение выражения:

$$\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9} = 3^{8+5-9} = 3^4 = 81.$$

Ответ: 81.

3. Задание 6

Найдите значение выражения $(4,9 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-2})$.

Решение.

Раскроем скобки и перегруппируем множители:

$$(4,9 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-2}) = 4,9 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 19,6 \cdot 10^{-5} = 0,000196.$$

Ответ: 0,000 196.

4. Задание 8

Найдите значение выражения $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

Решение.

Упростим выражение, разложив подкоренные выражения на множители и вынесем за знак корня полные квадраты чисел:

$$\begin{aligned} 5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22} &= 5 \cdot \sqrt{11} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 11} = \\ &= 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 = 220. \end{aligned}$$

Ответ: 220.

5. Задание 8

Найдите значение выражения $a^{12} \cdot (a^{-4})^4$ при $a = -\frac{1}{2}$.

Решение.

Упростим выражение:

$$a^{12} \cdot (a^{-4})^4 = a^{12} \cdot (a^{-16}) = a^{-4}.$$

При $a = -\frac{1}{2}$, значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16.

6. Задание 8

Упростите выражение $\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}} = \frac{a^{-7}}{a^{-3}} = a^{-4}$$

При $a = -\frac{1}{2}$, значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16.

7. Задание 8

Чему равно значение выражения $(3\sqrt{2})^2$?

Решение.

Используем свойства степеней:

$$(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18.$$

Ответ: 18.

8. Задание 8

Найдите значение выражения $\sqrt{11 \cdot 2^2} \cdot \sqrt{11 \cdot 3^4}$.

Решение.

Найдём значение выражения:

$$\sqrt{11 \cdot 2^2} \cdot \sqrt{11 \cdot 3^4} = \sqrt{11 \cdot 2^2 \cdot 11 \cdot 3^4} = 11 \cdot 2 \cdot 3^2 = 11 \cdot 18 = 198.$$

Ответ: 198.

9. Задание 8

Найдите значение выражения $\sqrt{90 \cdot 30 \cdot 3}$.

Решение.

Найдём значение выражения:

$$\sqrt{90 \cdot 30 \cdot 3} = \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 3} = \sqrt{9 \cdot 100 \cdot 3^2} = 3 \cdot 10 \cdot 3 = 90.$$

Ответ: 90.

10. Задание 8

Найдите значение выражения $\frac{16x - 25y}{4\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - \sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$.

Решение.

Разложим числитель на множители по формуле разности квадратов:

$$\begin{aligned} \frac{16x - 25y}{4\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - \sqrt{y} &= \frac{(4\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(4\sqrt{x} + 5\sqrt{y})}{4\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \\ &= 4\sqrt{x} + 5\sqrt{y} - \sqrt{y} = 4\sqrt{x} + 4\sqrt{y} = 4(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 4 \cdot 3 = 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

11. Задание 8

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{720} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{600}}$

1) $3\sqrt{6}$

2) 6

$$3) 3\sqrt{2}$$

$$4) 3\sqrt{10}$$

Решение.

Найдем значение выражения:

$$\frac{\sqrt{720} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{600}} = \frac{\sqrt{36 \cdot 20 \cdot 5 \cdot 3}}{\sqrt{100 \cdot 6}} = \frac{6 \cdot \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}}{10\sqrt{6}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{3}}{10\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{18}}{6} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: 3

12. Задание 8

Найдите значение выражения $\sqrt{5 \cdot 2^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 3^4}$

$$1) 450$$

$$2) 18\sqrt{5}$$

$$3) 90$$

$$4) 1620$$

Решение.

Найдем значение выражения:

$$\sqrt{5 \cdot 2^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 3^4} = \sqrt{5 \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot 3^4} = 5 \cdot 2 \cdot 3^2 = 90$$

Ответ: 3

13. Задание 8

$$\frac{\sqrt{216} \cdot \sqrt{80}}{\sqrt{270}}$$

Найдите значение выражения

$$1) 8$$

$$2) 8\sqrt{3}$$

$$3) 8\sqrt{2}$$

$$4) 8\sqrt{5}$$

Решение.

Найдем значение выражения:

$$\frac{\sqrt{216} \cdot \sqrt{80}}{\sqrt{270}} = \sqrt{\frac{216 \cdot 80}{270}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 80}{10}} = 8$$

Ответ: 1

14. Задание 8

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}.$$

Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$.

Решение.

Вычислим:

$$\frac{\sqrt{5}+2 - (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{\sqrt{5}+2 - \sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2 - 4} = \frac{4}{1} = 4$$

Ответ: 4.

15. Задание 8

$$(\sqrt{18} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Вычислим:

$$(\sqrt{18} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36} + \sqrt{4} = 6 + 2 = 8.$$

Ответ: 8.

16. Задание 8

$$\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3}$$

Найдите значение выражения

Решение.

Вычислим:

$$\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3} = \frac{3^4 \cdot 8^4}{3^2 \cdot 8^3} = 8 \cdot 3^2 = 72.$$

Ответ: 72.

17. Задание 8

$$(\sqrt{11} + 3)^2 - 6\sqrt{11}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Применим формулу квадрата суммы:

$$(\sqrt{11} + 3)^2 - 6\sqrt{11} = 11 + 6\sqrt{11} + 9 - 6\sqrt{11} = 20.$$

Ответ: 20.

18. Задание 8

$$(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Применим формулы квадрата суммы и квадрата разности:

$$(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 14.$$

Ответ: 14.

19. Задание 8

$$\sqrt{(4\sqrt{2} - 7)^2} + 4\sqrt{2}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Воспользуемся формулой $\sqrt{x^2} = |x|$, получим:

$$\sqrt{(4\sqrt{2} - 7)^2} + 4\sqrt{2} = |4\sqrt{2} - 7| + 4\sqrt{2} = 7 - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7.$$

Заметим, что $4\sqrt{2} - 7 < 0$, а при $x < 0$ справедливо равенство $|x| = -x$, откуда $|4\sqrt{2} - 7| + 4\sqrt{2} = 7 - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7$.

Ответ: 7.

20. Задание 8

$$\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{6}}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Найдем значение выражения:

$$\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{21 \cdot 14}{6}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 14}{2}} = 7.$$

Ответ: 7.

21. Задание 8

$$\frac{1}{4^{-10}} \cdot \frac{1}{4^9}.$$

Найдите значение выражения

Решение.

Используя формулы $(a^b)^c = a^{bc}$, $\frac{1}{a^{-b}} = a^b$ и $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ получаем:

$$\frac{1}{4^{-10}} \cdot \frac{1}{4^9} = \frac{1}{4^{-10} \cdot 4^9} = \frac{1}{4^{-1}} = 4.$$

Ответ: 4.

22. Задание 8

Найдите значение выражения $a^8 \cdot a^{17} : a^{20}$ при $a = 2$.

Решение.

Используя формулы $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ и $a^m : a^n = a^{m-n}$, получаем:

$$a^8 \cdot a^{17} : a^{20} = a^{8+17-20} = a^5.$$

Значение выражения при $a = 2$ равно 32.

Ответ: 32.

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	203747	0,3105
2	311395	81
3	338038	0,000196
4	137285	220
5	311383	16
6	311467	16
7	318630	18
8	337339	198
9	337700	90
10	338076	12
11	349994	3
12	352567	3
13	352038	1
14	370465	4
15	383598	8
16	384401	72
17	400942	20
18	401984	14
19	402481	7
20	406280	7
21	406567	4
22	412184	32