

Числовые неравенства, координатная прямая.

Неравенства

1. Задание 7

О числах a и b известно, что $a > b$. Среди приведенных ниже неравенств выберите верные:
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a - b < -3$
- 2) $b - a > 1$
- 3) $b - a < 2$
- 4) Верно 1, 2 и 3

Решение.

Проверим все варианты ответа:

- 1) $a - b < -3 \Leftrightarrow a + 3 < b$ — неверно.
- 2) $b - a > 1 \Leftrightarrow -a > 1 - b \Leftrightarrow a < b - 1$ — неверно,
- 3) $b - a < 2 \Leftrightarrow -a < 2 - b \Leftrightarrow a > b - 2$ — верно.

Правильный ответ указан под номером 3.

2. Задание 7

На координатной прямой изображены числа a и c . Какое из следующих неравенств неверно?



- 1) $a - 1 > c - 1$
- 2) $-a < -c$
- 3) $\frac{a}{6} < \frac{c}{6}$
- 4) $a + 3 > c + 1$

Решение.

Заметим, что $a > c$. Проверим все варианты ответа:

- 1) $a - 1 > c - 1 \Leftrightarrow a > c - 1 + 1 \Leftrightarrow a > c$ — верно,
- 2) $-a < -c \Leftrightarrow a > c$ — верно,
- 3) $\frac{a}{6} < \frac{c}{6} \Leftrightarrow a < 6 \cdot \frac{c}{6} \Leftrightarrow a < c$ — неверно,
- 4) $a + 3 > c + 1 \Leftrightarrow a > c + 1 - 3 \Leftrightarrow a > c - 2$ — верно.

Неверным является неравенство 3.

3. Задание 7

Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $y - x > z$?
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $y > z + x$
- 2) $y - x - z < 0$
- 3) $z + x - y < 0$
- 4) $y - z > x$

Решение.

Приведем исходное неравенство соответствующему виду:

- 1) $y - x > z \Rightarrow y > z + x$,
- 2) $y - x > z \Rightarrow y - x - z > 0$,

3) $y - x > z \Rightarrow y - x - z > 0 \Rightarrow z + x - y < 0$,

4) $y - x > z \Rightarrow y - x - z > 0 \Rightarrow y - z > x$.

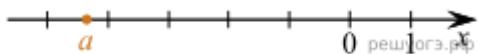
Неравенство $y - x - z < 0$ не следует из исходного неравенства.

Правильный ответ указан под номером 2.

4. Задание 7

На координатной прямой отмечено число a . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

В ответе укажите номер правильного варианта.



1) $a + 4 > 0$

2) $a + 5 < 0$

3) $2 - a > 0$

4) $3 - a < 0$

Решение.

Рассмотрим все варианты ответа:

1) $a + 4 > 0 \Leftrightarrow a > -4$,

2) $a + 5 < 0 \Leftrightarrow a < -5$,

3) $2 - a > 0 \Leftrightarrow 2 > a \Leftrightarrow a < 2$,

4) $3 - a < 0 \Leftrightarrow 3 < a \Leftrightarrow a > 3$.

Поскольку число a лежит между числами -4 и -5 , верным является только неравенство $a < 2$.

Правильный ответ указан под номером 3.

5. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа a и c . Какое из следующих утверждений неверно?

В ответе укажите номер выбранного варианта.



1) $a - c > 0$

2) $-3 < a + 1 < -2$

3) $\frac{a}{c} < 0$

4) $-c > -1$

Решение.

Заметим, что $-4 < a < -3$ и $0 < c < 1$, и проверим все варианты ответа:

1) $a - c > 0 \Leftrightarrow a > c$ — неверно.

2) $-3 < a + 1 < -2 \Leftrightarrow a < 0$ — верно.

3) $\frac{a}{c} < 0$ — верно, поскольку $a < 0$, а $c > 0$.

4) $-c > -1 \Leftrightarrow c < 1$ — верно.

Неверным является утверждение 1.

6. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа a и b . Какое из следующих утверждений неверно?

В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $a + b < 0$
- 2) $-4 < a - 1 < -3$
- 3) $a^2 b < 0$
- 4) $-b < 0$

Решение.

Заметим, что $-3 < a < -2$ и $-1 < b < 0$, и проверим все варианты ответа:

- 1) $-4 < a + b < -2$, значит, $a + b < 0$ — верно.
- 2) $-4 < a - 1 < -3 \Leftrightarrow -3 < a < -2$ — верно.
- 3) $a^2 b < 0$ — верно, поскольку $a^2 > 0$, а $b < 0$.
- 4) $-b < 0 \Leftrightarrow b > 0$ — неверно.

Неверным является утверждение 4.

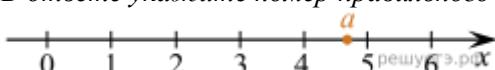
Примечание.

Нетрудно заметить, что справедливо неравенство: $-9 < a^2 b < 0$.

7. Задание 7

На координатной прямой отмечено число a .

В ответе укажите номер правильного варианта.



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -6$
- 2) $5 - a < 0$
- 3) $\frac{1}{a} < 0$
- 4) $a - 7 > 0$

Решение.

Заметим, что $4 < a < 5$. Проверим все варианты ответа:

- 1) $-a > -6 \Leftrightarrow a < 6$ — верно.
- 2) $5 - a < 0 \Leftrightarrow a > 5$ — неверно.
- 3) $\frac{1}{a} < 0 \Leftrightarrow a < 0$ — неверно.
- 4) $a - 7 > 0 \Leftrightarrow a > 7$ — неверно.

Верным является утверждение 1.

8. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа a и b .

В ответе укажите номер правильного варианта.



Какое из следующих утверждений является верным?

- 1) $ab > 0$

- 2) $a + b < 0$
 3) $b(a + b) < 0$
 4) $a(a + b) < 0$

Решение.

Заметим, что $a < 0, b > 0$ и $|a| < |b|$, следовательно, $a + b > 0$. Проверим все варианты ответа:

- 1) $ab > 0$ — неверно;
 2) $a + b < 0$ — неверно;
 3) $b(a + b) < 0$ — неверно;
 4) $a(a + b) < 0$ — верно.

Правильный ответ указан под номером: 4.

Сравнение чисел

9. Задание 7

Сравните числа x и y , если $x = (2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$, $y = 0,007$. В ответ запишите значение меньшего из чисел.

Решение.

Приведем оба числа к десятичному виду и сравним. Воспользуемся формулой $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
 $x = (2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-1}) = 2,2 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} = 6,6 \cdot 10^{-3} = 0,0066$.

Так как у уже приведено к десятичному виду и равно 0,007 заключаем, что $0,007 > 0,0066$, и, следовательно, $y > x$.

Ответ: 0,0066.

10. Задание 7

О числах a, b, c и d известно, что $a < b, b = c, d > c$. Сравните числа d и a . В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $d = a$
 2) $d > a$
 3) $d < a$
 4) Сравнить невозможно

Решение.

По условию $a < b = c < d$, поэтому $d > a$.

Правильный ответ указан под номером 2.

11. Задание 7

Известно, что $a < b < 0$. Выберите наименьшее из чисел. В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a - 1$
 2) $b - 1$
 3) ab
 4) $-b$

Решение.

По условию оба числа отрицательны, причём $a < b$.

Поэтому числа ab и $-b$ положительны, а числа $a - 1$ и $b - 1$ — отрицательны.

Рассмотрим предложенные варианты ответа и выберем наименьшее число:

1) Заметим, что числа $-b$ и ab больше нуля, а числа $a - 1$ и $b - 1$ меньше нуля, так как числа a и b по условию отрицательны.

- 2) Верно неравенство $a - 1 < b - 1$.
 3) Так как по условию $a < b$. Поэтому $a - 1$ — наименьшее из заданных чисел.

Правильный ответ указан под номером 1.

12. Задание 7

Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания
 числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, и 1.

В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) $\frac{1}{a}; 1; \frac{1}{b}$
 2) $\frac{1}{b}; 1; \frac{1}{a}$
 3) $\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; 1$
 4) $1; \frac{1}{b}; \frac{1}{a}$

Решение.

Заметим, что $0 < b < 1$, откуда $\frac{1}{b} > 1$. Поскольку $a < 0$ получаем, что $\frac{1}{a} < 1$. Таким образом, $\frac{1}{a} < 1 < \frac{1}{b}$.

Правильный ответ указан под номером: 1.

13. Задание 7

$$\frac{5}{9}?$$

Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $[0,5;0,6]$
 2) $[0,6;0,7]$
 3) $[0,7;0,8]$
 4) $[0,8;0,9]$

Решение.

Переведём $\frac{5}{9}$ в десятичную дробь с точностью до второго знака после запятой при помощи деления в столбик, получим:

$$\frac{5}{9} = 0,55\dots$$

Число 0,55 принадлежит промежутку $[0,5;0,6]$.

Правильный ответ указан под номером: 1.

14. Задание 7

$\frac{1}{c}$.

На координатной прямой отмечено число c . Расположите в порядке убывания числа c, c^2 и $\frac{1}{c}$.
В ответе укажите номер правильного варианта.



1) $c^2; c; \frac{1}{c}$

2) $c^2; \frac{1}{c}; c$

3) $c; c^2; \frac{1}{c}$

4) $c; \frac{1}{c}; c^2$

Решение.

Заметим, что $c < -1$, откуда $c < \frac{1}{c} < c^2$.
следует, что $c^2 > 1$, $-1 < \frac{1}{c} < 0$. Таким образом,

$c^2; \frac{1}{c}; c$

Расположив числа по убыванию, получим последовательность .

Правильный ответ указан под номером: 2.

15. Задание 7На координатной прямой отмечены числа a и x .

Какое из следующих чисел наименьшее?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $a + x$

x

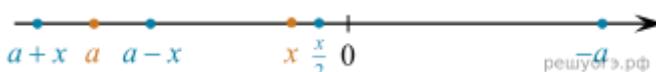
$\frac{1}{2}$

$-a$

$a - x$

Решение.

Отметим на координатной прямой приведённые в условии числа:

Из рисунка видно, что наименьшим из данных чисел является $a + x$.

Правильный ответ указан под номером: 1.

16. Задание 7На координатной прямой отмечено число a .



$$a - 1, \frac{1}{a}, a.$$

Расположите в порядке возрастания числа
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $a, \frac{1}{a}, a - 1$

2) $a, a - 1, \frac{1}{a}$

3) $a - 1, a, \frac{1}{a}$

4) $\frac{1}{a}, a - 1, a$

Решение.

Заметим, что $-0,5 < a < 0$, откуда следует, что $-1,5 < a - 1 < -1$, $\frac{1}{a} < -2$. Таким образом, $\frac{1}{a} < a - 1 < a$.

Правильный ответ указан под номером: 4.

17. Задание 7

Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[3; 4]$?

1) $\frac{45}{19}$

2) $\frac{52}{19}$

3) $\frac{68}{19}$

4) $\frac{77}{19}$

Решение.

Рассмотрим каждое из чисел:

1. $\frac{45}{19} = 2\frac{7}{19}$.

2. $\frac{52}{19} = 2\frac{14}{19}$.

3. $\frac{68}{19} = 3\frac{11}{19}$.

4. $\frac{77}{19} = 4\frac{1}{19}$.

Таким образом, третье число принадлежит отрезку $[3; 4]$.

Ответ: 3.

Числа на прямой

18. Задание 7

Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{77}$. Какая это точка?



- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

Решение.

Возведём в квадрат числа $\sqrt{77}$, 8, 9, 10:

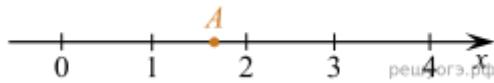
$$\sqrt{77}^2 = 77, \quad 8^2 = 64, \quad 9^2 = 81, \quad 10^2 = 100.$$

Число $\sqrt{77}$ лежит между числами 64 и 81 и находится ближе к числу 81, поэтому $\sqrt{77}$ соответствует точке B .

Правильный ответ указан под номером 2.

19. Задание 7

Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A ?



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $\sqrt{2}$
- 2) $\sqrt{3}$
- 3) $\sqrt{7}$
- 4) $\sqrt{11}$

Решение.

Возведём в квадрат числа $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$:

$$\sqrt{2}^2 = 2, \quad \sqrt{3}^2 = 3, \quad \sqrt{7}^2 = 7, \quad \sqrt{11}^2 = 11,$$

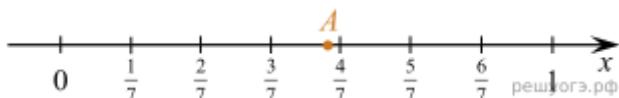
Число $\sqrt{3}$ лежит между числами $1^2 = 1$ и $2^2 = 4$ и ближе к числу 2^2 . Поэтому точкой A отмечено число $\sqrt{3}$.

Правильный ответ указан под номером 2.

20. Задание 7

$$\frac{5}{6}, \quad \frac{5}{7}, \quad \frac{5}{9}, \quad \frac{5}{12}$$

Одно из чисел $\frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{12}$ отмечено на координатной прямой точкой A . Укажите это число.



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $\frac{5}{6}$
 2) $\frac{5}{7}$
 3) $\frac{9}{5}$
 4) $\frac{5}{12}$

Решение.

$$\left(\frac{3}{7}; \frac{4}{7} \right).$$

По условию, число A лежит в интервале $\left(\frac{3}{7}; \frac{4}{7} \right)$. Определим, какой из вариантов ответа также попадает в данный интервал.

1. Поскольку $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$, числа $\frac{5}{7}$ и $\frac{5}{6}$ лежат правее данного интервала.

2. Поскольку $\frac{5}{12} < \frac{3}{7}$, т. к. $\frac{35}{84} < \frac{36}{84}$, число $\frac{5}{12}$ лежит левее данного интервала.

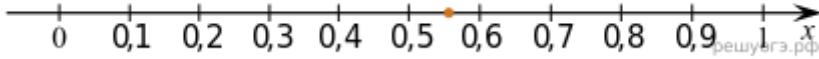
3. Поскольку $\frac{3}{7} < \frac{5}{9} < \frac{4}{7}$, т. к. $\frac{27}{63} < \frac{35}{63} < \frac{36}{63}$, число $\frac{5}{9}$ лежит в интервале $\left(\frac{3}{7}; \frac{4}{7} \right)$.

Таким образом, точка A соответствует числу $\frac{5}{9}$.

Правильный ответ указан под номером 3.

21. Задание 7

Какому из следующих чисел соответствует точка, отмеченная на координатной прямой?



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $\frac{10}{23}$
 2) $\frac{12}{23}$
 3) $\frac{13}{23}$
 4) $\frac{14}{23}$

Решение.

Приведём числа, указанные в задании, и числа, между которыми заключена искомая точка, к общему знаменателю:

$$\frac{10}{23} = \frac{100}{230}; \quad \frac{12}{23} = \frac{120}{230}; \quad \frac{13}{23} = \frac{130}{230}; \quad \frac{14}{23} = \frac{140}{230};$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{115}{230}; \quad 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{138}{230}.$$

$$\frac{115}{230} < \frac{120}{230} < \frac{130}{230} < \frac{138}{230}.$$

Заметим, что $\frac{130}{230} = \frac{13}{23}$. Искомая точка лежит между числами 0,5 и 0,6,

$$\frac{130}{230} = \frac{13}{23}.$$

ближе к числу 0,6, следовательно, это число

Правильный ответ указан под номером: 3.

Приведём другой способ решения.

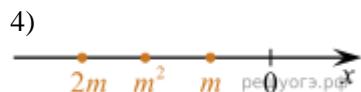
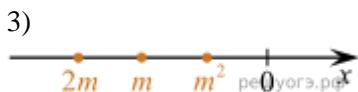
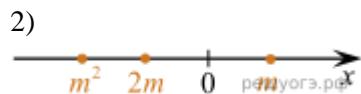
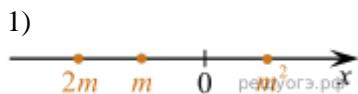
Переведём обыкновенные дроби в десятичные с точностью до второго знака после запятой и сравним с числами 0,5 и 0,6:

$$\frac{10}{23} = 0,43\dots, \quad \frac{12}{23} = 0,52\dots, \quad \frac{13}{23} = 0,56\dots, \quad \frac{14}{23} = 0,60\dots$$

Поскольку искомая точка лежит между числами 0,5 и 0,6, ближе к числу 0,6, получаем, что это число $\frac{13}{23}$.

22. Задание 7

Известно, что число m отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами $0, m, 2m, m^2$ расположены на координатной прямой в правильном порядке?



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

Решение.

Поскольку $m < 0$, имеем: $2m < m$. Поскольку $m^2 > 0$, имеем: $2m < m < 0 < m^2$.

Правильный ответ указан под номером: 1.

Выбор верного или неверного утверждения

23. Задание 7

Известно, что $a > b > c$. Какое из следующих чисел отрицательно?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a - b$
- 2) $a - c$
- 3) $b - c$
- 4) $c - b$

Решение.

Рассмотрим все варианты ответа:

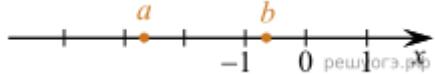
- 1) $a - b > 0$, так как по условию $a > b$,

- 2) $a - c > 0$, так как по условию $a > b > c \Rightarrow a > c$,
 3) $b - c > 0$, так как по условию $b > c$,
 4) $c - b < 0$, так как $b - c > 0$. Таким образом, $c - b$ — отрицательное число.

Правильный ответ указан под номером 4.

24. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа a и b . Какое из следующих утверждений неверно?



- 1) $a + b < 0$
- 2) $-2 < b - 1 < -1$
- 3) $a^2 b < 0$
- 4) $-a < 0$

Решение.

Заметим, что $-3 < a < -2$ и $-1 < b < 0$, и проверим все варианты ответа:

- 1) $a + b < 0$ — верно, поскольку каждое слагаемое отрицательно.
- 2) $-2 < b - 1 < -1 \Leftrightarrow -1 < b < 0$ — верно.
- 3) $a^2 b < 0$ — верно, поскольку $a^2 > 0$, а $b < 0$.
- 4) $-a < 0 \Leftrightarrow a > 0$ — неверно.

Неверным является утверждение 4.

Примечание.

Нетрудно заметить, что справедливы равенства: $-4 < a + b < -2$ и $-9 < a^2 b < 0$.

25. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа x и y . Какое из следующих утверждений об этих числах верно?



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $x < y$ и $|x| < |y|$
- 2) $x > y$ и $|x| > |y|$
- 3) $x < y$ и $|x| > |y|$
- 4) $x > y$ и $|x| < |y|$

Решение.

Заметим, что $x < 0 < y \Leftrightarrow x < y$. Число x располагается ближе к нулю, чем число y , следовательно, $|x| < |y|$.

Правильный ответ указан под номером: 1.

26. Задание 7

Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{53}$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $[4; 5]$
- 2) $[5; 6]$
- 3) $[6; 7]$

4) [7; 8]

Решение.

Возведём в квадрат числа $\sqrt{53}$, 4, 5, 6, 7, 8:

$$\sqrt{53}^2 = 53, \quad 4^2 = 16, \quad 5^2 = 25, \quad 6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad 8^2 = 64.$$

Число 53 лежит между числами 49 и 64, поэтому $\sqrt{53}$ принадлежит промежутку [7; 8].

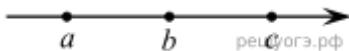
Правильный ответ указан под номером 4.

Приведём другое решение.

Квадрат $\sqrt{53}$ равен 53 и лежит между числами 7^2 и 8^2 . Поэтому исходное число лежит в отрезке [7; 8].

27. Задание 7

На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $a - c$, $c - b$ положительна?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a - b$
- 2) $a - c$
- 3) $c - b$
- 4) ни одна из них

Решение.

Заметим, что $a < b < c$. Разность положительная только в том случае, когда уменьшаемое больше вычитаемого. Это верно только для разности $c - b$.

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	205771	3
2	205773	3
3	205775	2
4	311418	3
5	314789	1
6	314800	4
7	316220	1
8	317576	4
9	137293	0,0066
10	205774	2
11	311304	1
12	317062	1

13	317132	1
14	317600	2
15	322449	1
16	337307	4
17	369728	3
18	105	2
19	205776	2
20	311392	3
21	317074	3
22	337346	1
23	311305	4
24	314802	4
25	317179	1
26	317223	4
27	322422	3