

Задание 9 «Решение уравнений»

Линейные уравнения

1. Задание 9

Решите уравнение $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$.

Решение.

Умножим левую и правую часть уравнения на 4, получаем:

$$10x + 8 + 12 = 9x \Leftrightarrow x = -20.$$

Ответ: -20.

2. Задание 9

Решите уравнение: $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow \frac{21-x}{7} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow 7x = 63 - 3x \Leftrightarrow x = 6,3.$$

Ответ: 6,3.

3. Задание 9

Решите уравнение: $\frac{x-6}{2} - \frac{x}{3} = 3$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{x-6}{2} - \frac{x}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{3x-18-2x}{6} = 3 \Leftrightarrow x-18 = 18 \Leftrightarrow x = 36.$$

Ответ: 36.

4. Задание 9

Решите уравнение $3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} 3x + 5 + (x + 5) &= (1 - x) + 4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3x + x + x &= 1 + 4 - 5 - 5 \Leftrightarrow 5x = -5 \Leftrightarrow x = -1. \end{aligned}$$

Ответ: -1.

5. Задание 9

Решите уравнение $-x - 2 + 3(x - 3) = 3(4 - x) - 3$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} -x - 2 + 3(x - 3) &= 3(4 - x) - 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -x - 2 + 3x - 9 &= 12 - 3x - 3 \Leftrightarrow 5x = 20 \Leftrightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

6. Задание 9

Решите уравнение $\frac{x}{12} + \frac{x}{8} + x = -\frac{29}{6}$.

Решение.

Умножим обе части уравнения на 24:

$$\frac{x}{12} + \frac{x}{8} + x = -\frac{29}{6} \Leftrightarrow 2x + 3x + 24x = -29 \cdot 4 \Leftrightarrow 29x = -116 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

Квадратные уравнения

7. Задание 9

Найдите корни уравнения $2x^2 - 10x = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Последовательно получаем:

$$2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ 2x - 10 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: 05.

8. Задание 9

Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 1, а их произведение -6.

Тем самым, это числа -2 и 3.

Ответ: -23.

9. Задание 9

Решите уравнение $x^2 + 3x = 4$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Запишем уравнение в виде $x^2 + 3x - 4 = 0$. По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна -3, а их произведение -4.

Тем самым это числа -4 и 1.

Ответ: -41.

10. Задание 9

Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

По теореме, обратной теореме Виета — сумма корней равна -7, а их произведение равно -18

Тем самым, это числа -9 и 2.

Ответ: -92.

11. Задание 9

Решите уравнение $(x - 4)^2 + (x + 9)^2 = 2x^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 + (x + 9)^2 &= 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + x^2 + 18x + 81 = 2x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 10x = -97 \Leftrightarrow x = -9,7. \end{aligned}$$

Ответ: -9,7.

12. Задание 9

Решите уравнение $-2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x + (-2 - x^2)$.

Решение.

Раскроем скобки и преобразуем выражение:

$$\begin{aligned} -2x^2 + x + 7 &= -x^2 + 5x + (-2 - x^2) \Leftrightarrow -2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x - 2 - x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = 2,25. \end{aligned}$$

Ответ: 2,25.

13. Задание 9

Найдите корень уравнения $2x^2 + 4x - 4 = x^2 + 5x + (-3 + x^2)$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$2x^2 + 4x - 4 = x^2 + 5x + (-3 + x^2) \Leftrightarrow 4x - 5x = -3 + 4 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: -1.

14. Задание 9

Решите уравнение $\frac{5}{4}x^2 + 7x + 9 = 0$

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Умножим обе части уравнения на 4, используем формулу корней квадратного уравнения для четного коэффициента при x :

$$\begin{aligned} \frac{5}{4}x^2 + 7x + 9 &= 0 \Leftrightarrow 5x^2 + 28x + 36 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-14 + \sqrt{196 - 180}}{5}, \\ x = \frac{-14 - \sqrt{196 - 180}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -3,6. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -3,6-2.

Примечание.

Заметим, что в решении использована формула корней квадратного уравнения с четным коэффициентом b :

$$x = \frac{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}, \quad \frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac.$$

где

Рациональные уравнения

15. Задание 9

Решите уравнение: $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Используем свойство пропорции.

$$\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 19, \\ x \neq 3, \\ 3(x-3) = 19(x-19) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 19, \\ x \neq 3 \\ 16x = 352 \end{cases} \Leftrightarrow x = 22.$$

Ответ: 22.

16. Задание 9

$$x - \frac{6}{x} = -1.$$

Решите уравнение

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Умножим обе части уравнения на x :

$$\begin{aligned} x - \frac{6}{x} = -1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6 = -x, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 2, \\ x \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -32.

Система уравнений

17. Задание 9

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5. \end{cases} \quad \text{В ответ запишите } x + y.$$

Решите систему уравнений

Решение.

Разделим обе части первого уравнения на 2 и решим систему методом подстановки:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 4x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 1,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Искомая сумма равна 3,5.

Ответ: 3,5.

Примечание.

Систему можно было бы решить методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 12, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5, \\ 3 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	311755	-20
2	316225	6,3
3	316341	36
4	338480	-1
5	338495	4
6	338723	-4
7	111	05
8	137381	-23

9	137382	-41
10	311438	-92
11	338494	-9,7
12	338518	2,25
13	352221	-1
14	353555	-3,6-2
15	311381	22
16	338503	-32
17	311315	3,5