

Всероссийская олимпиада школьников

2017-2018 учебный год

Школьный этап олимпиады по математике

7 класс

№1. Решите уравнение:

$$1993 = 1 + 8 : (1 + 8 : (1 - 8 : (1 + 4 : (1 - 4 : (1 - 8 : x))))).$$

Решение:

Упрощать уравнение необходимо «снаружи», а не изнутри.

Ответ: $x = 9$

№2. В летний лагерь приехали отдыхать 3 друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша – не Герасимов. Отец Володи – инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова – учитель. Какая фамилия у каждого из троих друзей.

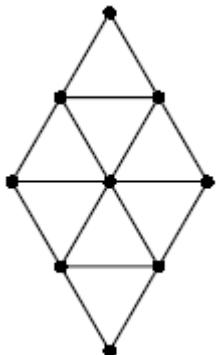
Решение:

Володя учится в 6 классе, а Герасимов в 5 классе, следовательно, Володя не Герасимов; отец Иванова – учитель, отец Володи – инженер, следовательно, Володя не Иванов. Значит, Володя Семенов, Миша Иванов, Петя Герасимов.

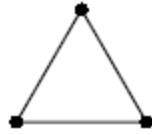
Ответ: Володя Семенов, Миша Иванов, Петя Герасимов.

№3. Из 16 спичек сложен ромб со стороной в две спички, разбитый на треугольники со стороной в одну спичку (см. рисунок). А сколько спичек потребуется, чтобы сложить ромб со стороной в 10 спичек, разбитый на такие же треугольники со стороной в одну спичку?

Решение



Первый способ. Подсчитаем количество треугольников со стороной в одну спичку, у которых спичка в основании расположена горизонтально (см. рис.).



Каждый такой треугольник является верхней половинкой маленького ромбика со стороной в одну спичку. В ромбе со стороной 10 таких ромбиков $10 \cdot 10 = 100$.

Так как никакие два из рассматриваемых треугольников не имеют общих спичек, то на них уйдёт $100 \cdot 3 = 300$ спичек. Если убрать все такие треугольники, то останутся только спички, составляющие две нижние стороны большого ромба. Их – 20, значит, всего потребуется $300 + 20 = 320$ спичек.

Второй способ. Ромб со стороной в 10 спичек состоит из 100 маленьких ромбиков. На каждый из маленьких ромбиков уходит 5 спичек, поэтому на 100 ромбиков потребовалось бы 500 спичек, если бы некоторые из спичек не были границей двух ромбиков, а, значит, учтены дважды.

Найдем количество спичек, которые принадлежат только одному ромбику. Это – 40 спичек, образующих контур большого ромба, и 100 спичек, лежащих горизонтально. Следовательно, было $500 - 140 = 360$ "двойных" спичек. Таким образом, потребуется $140 + 360 : 2 = 320$ спичек.

Третий способ. Подсчитаем по отдельности спички, расположенные в каждом из трёх направлений. Параллельно двум сторонам ромба расположено ещё 9 отрезков, каждый из них (включая эти стороны), состоит из десяти спичек, итого: 110 спичек. Ещё 110 спичек лежат параллельно двум другим сторонам ромба. И ещё 100 спичек лежат горизонтально (это видно из предыдущих способов подсчёта, но можно сосчитать и непосредственно):

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1).$$

№4. Сколько различных трёхзначных чисел, делящихся на 6, и не содержащих одинаковых цифр, можно составить из цифр 0, 4, 5, 6?

Решение. Числа должны делиться на 2 и сумма их цифр должна делиться на 3. Если трехзначное число содержит цифру 6, то в числе не может присутствовать цифра 0, иначе сумма цифр не будет делиться на 3. Кроме того, все числа будут четными и должны оканчиваться на четную цифру.

Ответ. Семь, это числа: 456, 546, 504, 540, 450, 564, 654.

№5. Вдоль дороги длиной 60 км стоит несколько (больше одного) пеньков. Первый турист идёт по дороге со скоростью 5 км в час, у каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число часов. Второй турист едет по той же дороге на велосипеде со скоростью 12 км в час и отдыхает у каждого пенька в два раза дольше первого туриста. Вышли и пришли туристы одновременно. Сколько пеньков у дороги? Ответ обосновать.

Решение.

Первый турист двигался $60/5 = 12$ часов, второй $60/12=5$ часов, следовательно, второй турист отдыхал на 7 часов дольше первого. По условию, это равно общему времени отдыха первого туриста, равному произведению числа пеньков на время отдыха на каждом из них. Ввиду

простоты числа 7 и того, что число пеньков больше одного, получаем ответ – 7 пеньков. ***Ответ.*** 7