

Всероссийская олимпиада школьников

2018-2019 учебный год

Школьный этап олимпиады по математике

11 класс

1. Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. Поясните.
2. Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в восьмом подъезде в квартире № 468, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом двенадцатизэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)
3. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ взята точка M так, что $\triangle CMB$ – равносторонний. Найдите $\angle MAB$ и $\angle MAC$.
4. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{4}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.