

***Всероссийская олимпиада школьников по математике
(школьный этап)***

2020-2021 учебный год

11 класс

(время выполнения 90 мин)

1. Постройте график функции:

$$y = \sqrt{4 \sin^4 x - 2 \cos 2x + 3} + \sqrt{4 \cos^4 x + 2 \cos 2x + 3}.$$

2. Десять машин выпускают одинаковые резиновые мячи массой по 10 г каждый. Одна из машин испортилась и стала выпускать мячи массой 5 г. Как найти испортившуюся машину с помощью одного взвешивания мячей?
3. Какое наибольшее значение может принимать сумма косинусов всех углов равнобедренного треугольника?
4. Докажите, что $2a + \frac{1}{a^2} > 3$ при $0 < a < 1$.
5. Высоты остроугольного треугольника ABC, проведенные из вершин B и C, продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1 . Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC.

Каждое задание оценивается в 7 баллов.