

Всероссийская олимпиада школьников по математике
(школьный этап)

2020-2021 учебный год

8 класс(Решения)

Задание 1

Упростите $(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 - (2n^2 + 2n + 1)^2$

Ответ: 0.

Решение:

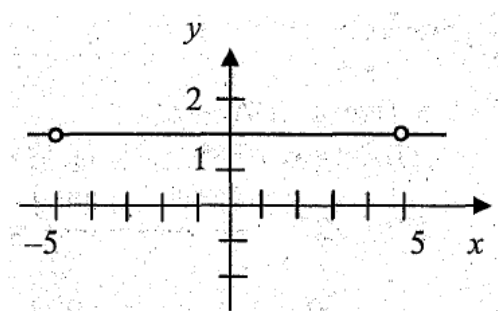
$$(2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 - (2n^2+2n+1)^2 = 4n^2+4n+1+4n^4+8n^3+4n^2-4n^4-4n^3-2n^2-4n^3-4n^2-2n-2n^2-2n-1=0$$

Задание 2

Постройте график функции: $y = \frac{x-5}{x^2-25} + \frac{2x+9}{x+5}$

Решение

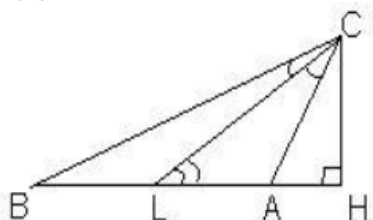
$$y=2, x \neq \pm 5$$



Задание 3

Один из углов треугольника на 120° больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведённая из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведенная из той же вершины.

Доказательство:



Пусть ABC — данный треугольник, $\angle B = \alpha$, $\angle A = 120^\circ + \alpha$. Тогда $C = 60^\circ - 2\alpha$. Если CL — биссектриса данного треугольника, то $\angle CLA = \angle LCB + \angle LBC = (30^\circ - \alpha) + \alpha = 30^\circ$. Пусть CH — высота треугольника ABC , тогда в

треугольнике CLH катет CH , лежащий против угла в 30° , в два раза меньше, чем гипотенуза CL .

Задание 4

Арбуз весил 10 кг и содержал 99% воды. Когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Сколько теперь весит арбуз?

Ответ: 5 кг.

Решение: Масса «сухого вещества» арбуза составляет 1 % первоначальной массы, или $10 \cdot 0,01 = 0,1$ (кг). После того, как арбуз усох, масса «сухого вещества» составляла 2 % от новой массы арбуза. Найдем эту новую массу: $0,1 : 0,02 = 5$ (кг). После того как арбуз усох, его масса уменьшилась вдвое.

Задание 5

Найдите 3 числа, обладающие следующими свойствами: они целые, положительные и сумма обратных величин этих чисел равна 1.

Ответ: (2; 4; 4), (2; 3; 6), (3; 3; 3)